DOI：10.13890/j.issn.1000-128X.2024.03.014

涡流制动特性试验的纵向端部效应研究

王立超[1]，王　可[1]，王立宁[1]，高立群[1,2]
（1.北京纵横机电科技有限公司，北京 100094；
2.中国铁道科学研究院集团有限公司 机车车辆研究所，北京 100081）

摘　要：涡流制动台架试验是研究涡流制动特性的重要手段，当试验使用的磁极个数少于设计数量时，纵向端部效应对试验结果有显著影响，故应对纵向端部效应的产生机理及修正方法进行深入研究。文章设计不同磁极个数的试验方案，验证端部效应对制动力和动态吸力的影响。通过2-D有限元电磁仿真，获得涡流制动磁场、涡流密度及洛伦兹力的分布规律，分析端部效应的产生机理。计算不同速度下，各磁极产生的制动力，获得端部磁极对制动力的贡献度，进而推导出端部效应的修正公式。研究结果表明，端部效应对动态吸力的影响较小，对制动力的影响比较显著，因此只需对制动力进行修正；入端磁极的制动力与中间磁极几乎相同，出端磁极的制动力相对较小，且对制动力的贡献与速度近似线性相关；通过出端磁极贡献度函数修正制动力试验数据，修正结果与3-D有限元仿真制动力的相对误差显著减小。研究结果为涡流制动试验设计和试验数据处理提供参考，有利于掌握更准确的涡流制动特性，从而指导产品研究开发。

关键词：涡流制动；永磁涡流制动；端部效应；电磁制动；电磁仿真；高速列车

中图分类号：U260.357；U292.91+4　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1000-128X(2024)03-0117-07

0　引言

轨道线性涡流制动以涡流制动磁铁为初级，以钢轨为次级，通过电磁感应生成非黏着制动力，是高速列车在紧急制动或列车在长大坡道线路运行的关键制动技术。由于钢轨轨头宽度有限且呈弧形，电磁场和涡电流在横向分布不均匀，即存在横向端部效应；磁铁长度相对钢轨长度有限，相对运动时存在入端磁极和出端磁极，端部磁极的磁场分布及制动能力与中间磁极不同，即存在纵向端部效应。由于端部效应的计算比较复杂，国内外学者解析计算涡流制动特性（制动力及吸力）时通常忽略其影响[1-3]。GIERAS等[4]基于行波磁场理论研究了直线感应电机纵向端部效应的修正方法，可为线性涡流制动提供参考。ZHANG等[5]推导出考虑纵向端部效应的涡流制动力计算公式，但忽略了横向端部效应。SAKAMOTO等[6]证明可将感应钢轨等效成宽度有限的平板以便简化计算，并改进了横向端部效应的修正系数。寇宝泉等[7]采用一维简化模型、许–克变换和导体板分区的方法分析了纵向端部效应及横向端部效应的影响。解析计算结果与自变量之间的关系清晰，但建模和推导过程比较复杂，且计算精度低于有限元仿真，更适用于在产品开发初期指导设计参数初始值的选取。作为另一种计算方式，3-D有限元仿真可以准确模拟涡流制动磁铁和钢轨的真实形状以及二者相对位置，计入横向和纵向端部效应，但瞬态计算、非线性饱和磁化曲线、集肤深度等问题对计算机硬件要求很高。

鉴于解析计算和有限元仿真的客观不足，台架试验仍然是研究涡流制动特性的必要手段。由于试验装置的空间及性能有限，研究人员通常采用部分磁极展开试验，并将磁极分组对称布置以保证试验装置受力均衡或降低感应体温升[8-10]。当试验磁极个数较少时，纵向端部效应对试验结果的影响不容忽视；分组布置

基金项目：中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划系统性重大项目(P2023.J040)；中国铁道科学研究院集团有限公司技术研究基金重点资助项目（2022YJ233）

通信作者：王　可，男，硕士，高级工程师，主要从事非黏着电磁制动方面的研究；E-mail: wangke@zemt.cn

引用格式：王立超, 王可, 王立宁, 等. 涡流制动特性试验的纵向端部效应研究[J]. 机车电传动, 2024(3): 117-123.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2024.03.014.

Citation：WANG Lichao, WANG Ke, WANG Lining, et al. Research on the longitudinal end effect in eddy-current braking characteristic experiment[J]. Electric drive for locomotives,2024(3): 117-123.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2024.03.014.

的方式增加了端部磁极占总磁极数量的比例，可能导致试验结果偏差较大。本文以永磁涡流制动磁铁为研究对象，通过有限元仿真研究纵向端部效应的产生机理，并提出端部效应的修正方法，使试验结果能够更准确地体现涡流制动特性。

1 永磁涡流制动试验及纵向端部效应

国内外研究表明，电磁式线性涡流制动装置在大级别制动时线圈发热迅速，制约了其可持续工作时间[11]，并且配套励磁电源增加了系统总重[12-13]。以永磁体作为磁极，一方面无发热元件，可连续长时间使用；另一方面不消耗外部能源，不存在断电失效风险，是下一代涡流制动技术的重点研究方向之一。以电磁涡流制动磁铁的制动能力和空间尺寸（详细数据参考文献[12]）为参考，设计永磁涡流制动磁铁组件，如图1所示，18个磁极沿纵向均匀分布在磁轭上。

为测量涡流制动的动态制动力和动态吸力，设计如图2所示的试验平台。磁极镶嵌在磁钢盘内，磁钢盘与钢轨盘同轴布置并相对运动，通过钢轨盘旋转模拟列车运行。驱动电机与钢轨盘之间的转矩转速传感器

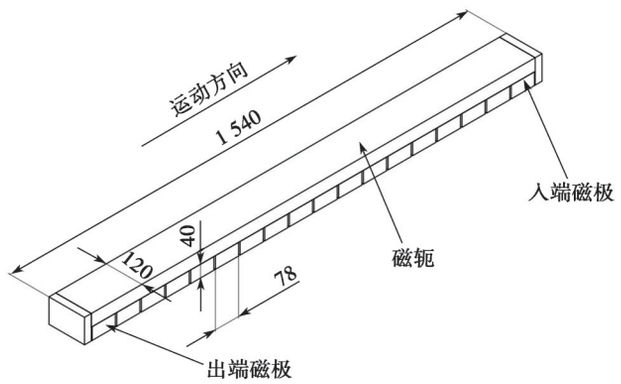


图1 永磁涡流制动磁铁组件示意图

Fig. 1 Schematic diagram of magnet assembly for permanent magnet eddy-current braking

用于测量制动力矩及钢轨盘转速，磁钢盘后端连接的拉压力传感器用于测量磁钢盘与钢轨盘之间的吸力。磁钢盘与钢轨盘之间的间隙可通过磁钢盘后端的作动器调节，从而测量不同工作气隙下的涡流制动特性。

设计两种磁极布置方案，如图3所示。方案一为4对磁极分两组布置，端部磁极数量占全部磁极的1/2；方案二为6对磁极分两组布置，端部磁极数量占全部磁极的1/3。通过比较不同方案的制动力和吸力即可分析端部效应的影响。

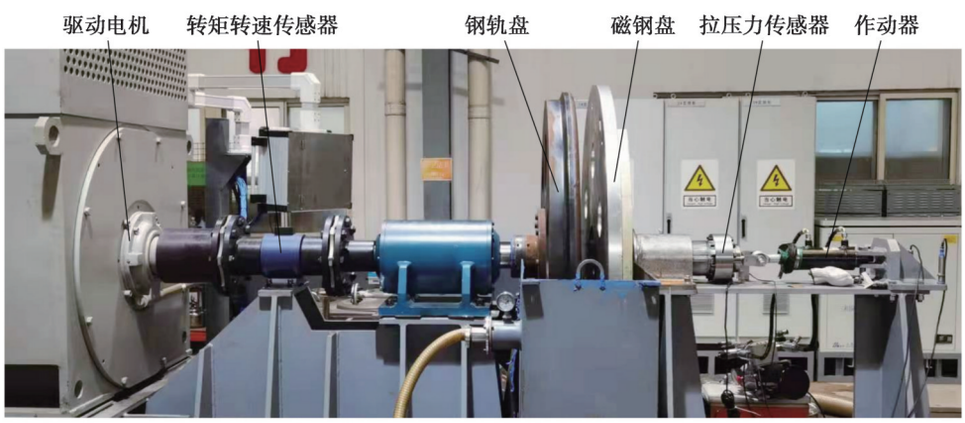
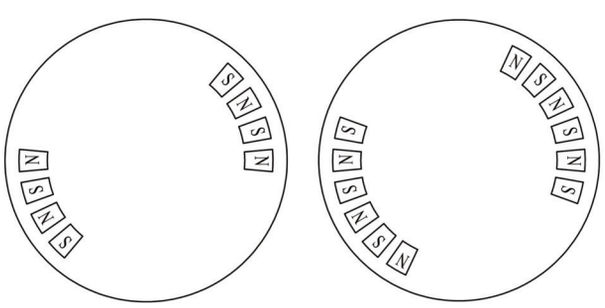


图2 涡流制动试验平台

Fig. 2 Test platform of eddy-current braking



(a) 方案一：4对磁极 (b) 方案二：6对磁极

图3 磁极布置方案

Fig. 3 Layout scenarios of magnetic poles

工作气隙10 mm时，将设计磁极个数（18个）与试验磁极个数（方案一8个，方案二12个）之比乘以试验结果，换算成设计磁铁组件的等效制动力，如图4所示。不同试验方案的等效制动力相差较大，说明端部效应对制动力有明显影响；方案一端部磁极数量的占比较大，等效制动力的平均值比方案二约小4.3%，说明端部效应会减小制动力。因此，有必要对试验制动力进行修正，以便体现准确的涡流制动特性。

参考等效制动力的换算方法，换算各方案的等效吸力，如图5所示。方案一与方案二的等效吸力几乎相等，说明纵向端部效应对吸力的影响很小，因此不需要对试验吸力进行端部效应修正。

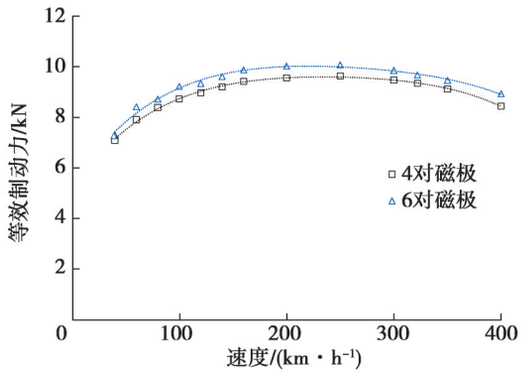


图4　不同试验方案的等效制动力对比

Fig. 4　Comparison of equivalent braking force of different experimental scenarios

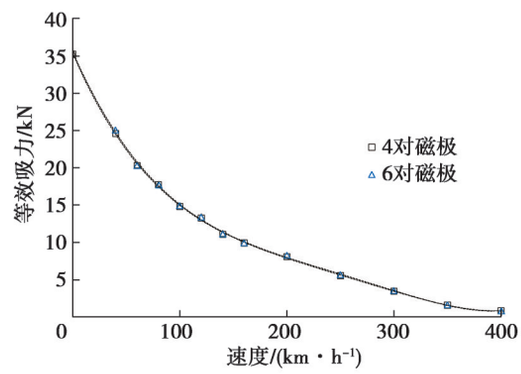


图5　不同试验方案的等效吸力对比

Fig. 5　Comparison of equivalent attractive force of different experimental scenarios

2　纵向端部效应的产生机理研究

通过有限元仿真研究纵向端部效应，需建立包含中间磁极和端部磁极的完整模型。3-D有限元对计算机硬件要求较高。2-D有限元模型网格数量少、计算速度快，虽无法考虑横向端部效应，但比较适合分析纵向端部效应。2-D有限元模型如图6所示，磁极尺寸与图1相同，磁轭材料为碳素结构钢，钢轨材料牌号为U71Mn，永磁体材料为NdFeB。由于NdFeB的磁能较大，钢轨及磁轭局部会工作在磁饱和状态，输入仿真软件的磁化曲线的磁场强度应覆盖仿真磁场强度。常用闭环测量方法的有效测量范围通常在10 kA/m以下，超出测量范围的磁化曲线应依据相关理论进行外推。此外，磁化曲线的平滑程度对仿真计算的效率和收敛性有显著影响，本文磁化曲线的处理方法参考了文献[14-16]。

在仿真软件中设置各磁极的磁场方向为交替排列，磁极与轨面之间的间隙为10 mm，钢轨固定，磁轭和磁极沿x方向运动。仿真类型设置为瞬态，以参数化扫描的方式计算不同速度下的涡流制动特性。为保证各速度的仿真结果均收敛至稳定状态，每个速度点均迭代200个载荷步，可动单元每步移动5 mm。

以相对速度为400 km/h的仿真结果为例进行端部效应分析。涡流制动力的本质是钢轨上的电荷在磁场作用下的洛伦兹力的x向分量，根据左手定则，洛伦兹力的x向分量为$F_x=qv\times B_y$，其中q为带电粒子的电荷量，v为带电粒子的速度，B_y为磁密的y向分量。2-D有限元仿真假设带电粒子均垂直于模型平面运动，带电粒子运动的宏观表现为钢轨上的涡电流，因此提取钢轨表面涡流密度的绝对值，同时还提取了气隙磁密y向分量的绝对值，以及洛伦兹力的x向分量。将以上提取数值分别归一化成相对值，即(提取值)/(提取值中的最大值)，并绘制在同一图表中，如图7所示，abs(J)为涡流密度相对值，abs(B_y)为气隙磁密y分量相对值，F_x为洛伦兹力x分量相对值。为便于观察各曲线与磁极的对应位置关系，图7中还放置了钢轨涡流密度绝对值云图。根据法拉第电磁感应定律，钢轨表面对应每个磁极下方均产生垂直于模型平面的涡电流，并向左右两侧形成闭合电流环，其电路原理图如图8所示。每个磁极下方的感应电流分别与相邻磁极下方的电流形成主回路，端部磁极下方的电流还会流向磁极外侧形成回流支路。由图7中的曲线abs(J)可见，入端磁极回流的涡流密度明显小于主回路上的涡流密度；出端磁极回流的涡电流由于失去磁场束缚而趋于发散（类似于接地），没有像入端那样形成一个小的回流波峰，进而没有形成明显的洛伦兹力。由图7还可发现，各中间磁极对应的abs(B_y)、abs(J)及F_x的波形几乎相同，说明端部磁极对中间磁极的电磁场分布及洛伦兹力几乎不产生影响。

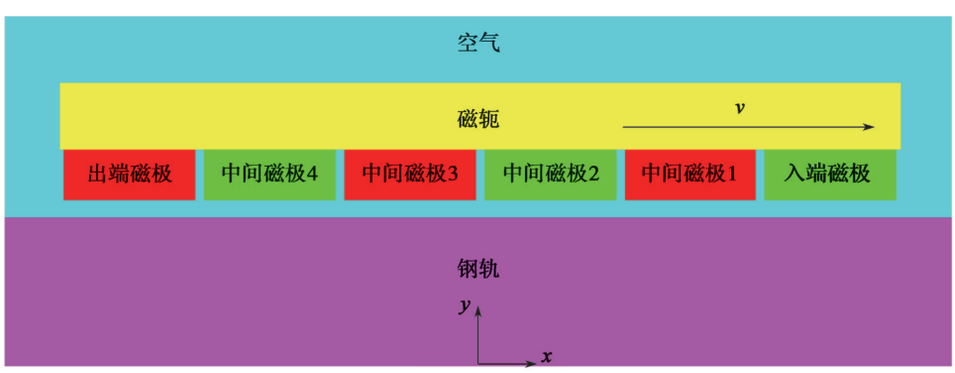


图6　2-D有限元仿真模型

Fig. 6　2-D finite element simulation model

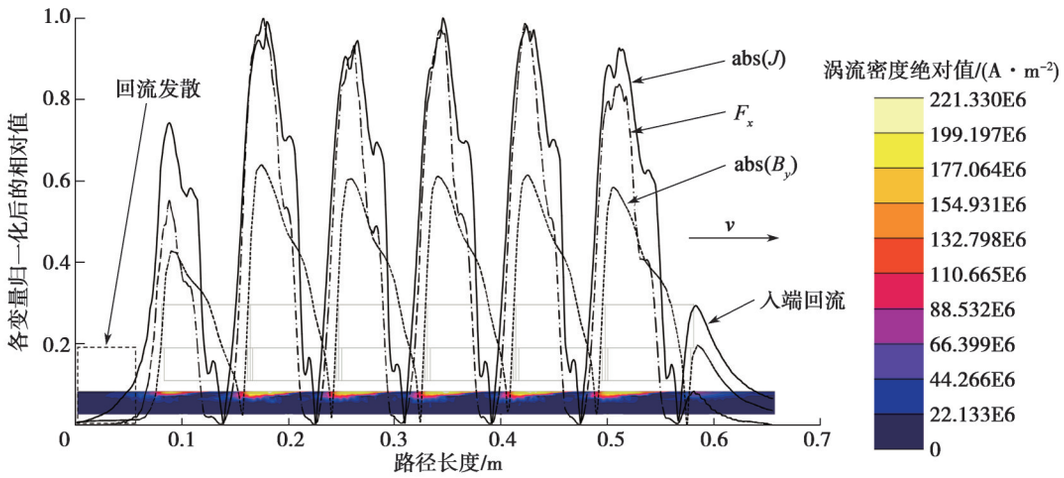


图 7　气隙磁密曲线、涡流密度曲线、洛伦兹力曲线及涡流密度绝对值云图

Fig. 7　Curves of air-gap flux density, eddy-current density, Lorentz force and the absolute value nephogram of eddy-current density

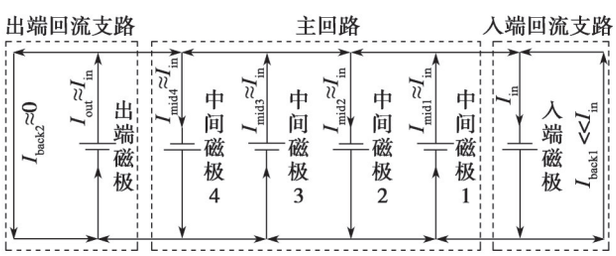


图 8　轨面涡流的电路原理图

Fig. 8　Circuit diagram of eddy current on the rail surface

将图 7 中洛伦兹力曲线的每个波进行积分，求各磁极产生的制动力，然后将制动力归一化，即（各磁极的制动力）/（所有磁极中的最大制动力），结果如图 9 所示。除出端磁极对应的制动力明显较小外，其他磁极的制动力几乎相等，说明入端磁极对制动力的贡献与中间磁极几乎一致，出端磁极对制动力的贡献较小，400 km/h 时出端磁极产生的制动力约为其他磁极的 50%。

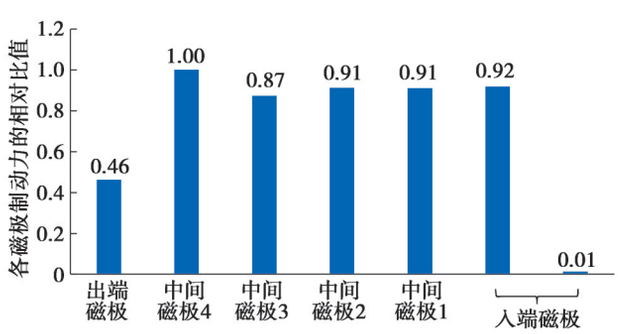


图 9　各磁极对应的洛伦兹力

Fig. 9　Lorentz force corresponding to magnetic pole

采用上述分析方法，计算其他速度下出端磁极对制动力的贡献度，如图 10 所示。不同速度下出端磁极对制动力的贡献度不同，且速度越高，出端磁极对制动力的贡献越小。进行线性归化，得到出端磁极制动力贡献度 c 与速度 v 之间的关系如式(1)所示。

$$c=-0.0004v+0.6692 \tag{1}$$

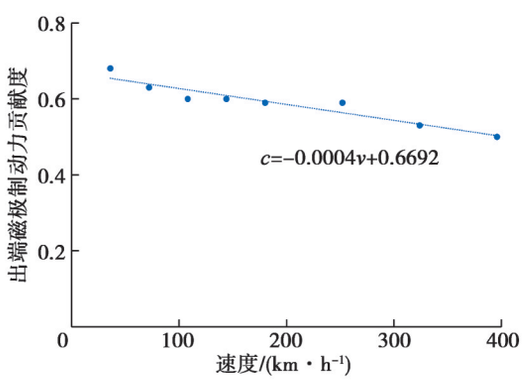


图 10　出端磁极制动力贡献度与速度的关系

Fig. 10　Correlation between the trailing pole's braking force contribution and the speed

3　涡流制动力的纵向端部效应修正

按图 3 所示方案进行制动试验，然后通过差值法将方案一的制动力 F_{b1} 和方案二的制动力 F_{b2} 相减并除以两方案的磁极个数之差，可以得到每个中间磁极的制动力 F_{b_mid}。根据仿真得到的式(1)修正端部磁极的制动力，最终即可得到修正后的总制动力，如式(2)所示。

$$\left.\begin{aligned} F_{b_mid}&=(F_{b2}-F_{b1})/4\\ F_{b_in}&=F_{b_mid}\\ F_{b_out}&=c\times F_{b_mid}\\ F_{b_sum}&=(N-2)\times F_{b_mid}+F_{b_in}+F_{b_out} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中：F_{b1} 为方案一的试验制动力；F_{b2} 为方案二的试验制动力；F_{b_mid} 为中间磁极的制动力；F_{b_in} 为入端磁极的制动力；F_{b_out} 为出端磁极的制动力；N 为设计磁铁组件的磁极个数；F_{b_sum} 为修正纵向端部效应后所设计磁铁组件的制动力。

为验证上述方法的修正效果，对设计方案进行 3-D 有限元仿真，并将试验结果与仿真结果进行对比。3-D 有限元仿真方法参考了 HOFMANN[17] 的研究成果，即

取一个磁极并设置横向对称边界和纵向周期对称边界，这种方法可大幅减小计算规模并保证计算精度。采用3-D有限元模型建立了磁极和钢轨的精确模型，因而仿真结果中包含了横向端部效应的影响，比2-D有限元仿真更精确。周期对称边界的使用意味着仿真模型不存在端部磁极，即仿真结果仅代表中间磁极的制动特性，但对于磁极数量较多的设计方案，端部磁极数量的占比较小、纵向端部效应可以忽略[6,18]，因此可以将仿真结果乘以磁极个数作为设计方案的总制动力。该3-D仿真方法的准确性已在HOFMANN的研究和本文在开发电磁式涡流制动装置的过程中得到充分验证，因此3-D仿真结果可以作为验证修正方法的参考基准。

试验结果与仿真结果的对比如图11所示，修正后试验结果与仿真结果的相对误差显著减小。以100～400 km/h平均制动力为例，“4对磁极”“6对磁极”及“修正试验结果”相对仿真结果的平均误差分别为–16.4%、–12.7%及–7.3%。从图11还可以看出，速度越高，试验结果与仿真结果的相对误差越大，这是由于钢轨盘旋转时被感应涡流加热，速度越快制动功率越大，盘面温度越高，高温导致钢轨盘的磁导率及电导率发生改变，从而引起试验制动力发生热衰退现象[19-20]。

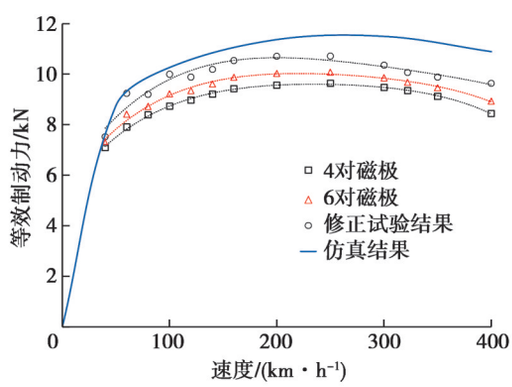


图11　试验制动力修正前后与仿真制动力对比

Fig. 11　Contrast between the experimental braking force before and after correction and simulation braking force

本文设计两种试验方案的目的是验证纵向端部效应对涡流制动特性的影响以及修正方法的准确性。今后试验时，可不必设计两种试验方案。根据仿真得到的关系式(1)和关系式(3)，即可推导出中间磁极的制动力，如式(4)所示。

$$\left.\begin{aligned} F_{\mathrm{b_in}} &= F_{\mathrm{b_mid}} \\ F_{\mathrm{b_out}} &= c \times F_{\mathrm{b_mid}} \\ F_{\mathrm{b_test}} &= N_{\mathrm{in}} \times F_{\mathrm{b_in}} + (N_{\mathrm{test}} - N_{\mathrm{in}} - N_{\mathrm{out}}) \times F_{\mathrm{b_mid}} + \\ & \quad N_{\mathrm{out}} \times F_{\mathrm{b_out}} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

式中：$F_{\mathrm{b_test}}$为试验制动力；N_{in}为试验时入端磁极的个数；N_{out}为试验时出端磁极的个数，与N_{in}相等；N_{test}为试验磁极总个数；其他符号与式(2)中符号含义相同。

$$F_{\mathrm{b_mid}} = F_{\mathrm{b_test}} / [N_{\mathrm{test}} - (1-c)N_{\mathrm{out}}] \tag{4}$$

最后，换算出所设计磁铁组件的制动力$F_{\mathrm{b_sum}}$，如式(5)所示。

$$F_{\mathrm{b_sum}} = (N - 1 + c) \times F_{\mathrm{b_mid}} \tag{5}$$

式(4)、式(5)中符号含义与式(2)、式(3)中符号相同。

4　结论

线性涡流制动磁铁进行制动试验时，当使用的磁极个数小于设计数量、总制动力需要通过比例换算得到时，纵向端部效应会导致试验结果出现偏差。仿真和试验研究得出结论如下：

① 纵向端部效应对吸力影响不明显，对制动力影响较大。

②入端磁极感应涡流的回流比较明显，出端磁极感应涡流的回流趋于发散，最终导致入端磁极对制动力的贡献与中间磁极基本相同，出端磁极对制动力的贡献较小。

③ 出端磁极对制动力的贡献度与速度近似线性相关，通过贡献度函数修正试验制动力可明显提高试验结果与3-D有限元仿真结果的一致性。

研究结果有助于以较少的磁极个数代替整组磁铁进行试验并获得相对准确的涡流制动特性，节省研发费用，缩短研发周期。

参考文献：

[1] WANG P J, CHIUEH S J. Analysis of eddy-current brakes for high speed railway[J]. IEEE transactions on magnetics, 1998, 34(4): 1237-1239.

[2] 孙为民, 张跃明, 吴兵波. 电涡流缓速器制动力矩计算的新方法[J]. 现代机械, 2005(4): 21-22.
SUN Weimin, ZHANG Yueming, WU Bingbo. A new calculation method of brake torque for eddy current retarder[J]. Modern machinery, 2005(4): 21-22.

[3] 应之丁, 林建平. 列车涡流制动机理及制动力矩模型[M]. 上海: 同济大学出版社, 2014: 107-111.
YING Zhiding, LIN Jianping. Mechanism and torque model of eddy current braking on high-speed train[M]. Shanghai: Tongji University Press, 2014: 107-111.

[4] GIERAS J F, DAWSON G E, EASTHAM A R. A new longitudinal end effect factor for linear induction motors[J]. IEEE transactions on energy conversion, 1987, EC-2(1): 152-159.

[5] ZHANG Zhihua, SHI Liming, LI Yaohua. Characteristic analysis of linear eddy-current brake used in high-acceleration system[C]//IEEE. 2013 International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS). Busan: IEEE, 2013: 1971-1974.

[6] SAKAMOTO Y, KASHIWAGI T, HASEGAWA H, et al. A study on the transverse edge effect of an eddy current brake with a solid steel secondary[J]. IEEJ transactions on electrical and electronic engineering, 2012, 7(3): 322-328.

[7] 寇宝泉, 金银锡, 张鲁, 等. 考虑端部效应的混合励磁直线涡流制动器解析模型[J]. 电工技术学报, 2017, 32(8): 187-200.
KOU Baoquan, JIN Yinxi, ZHANG Lu, et al. Analytical model of hybrid excitation linear eddy current brake with considering end effects[J]. Transactions of China electrotechnical society, 2017, 32(8): 187-200.

[8] 丁福焰, 王可, 宋跃超, 等. 高速列车线性涡流制动特性的试验研究[J]. 中国铁道科学, 2019, 40(6): 126-132.
DING Fuyan, WANG Ke, SONG Yuechao, et al. Experimental study on characteristics of linear eddy current brake for high speed train[J]. China railway science, 2019, 40(6): 126-132.

[9] 应之丁, 夏寅荪, 邵丙衡. 轨道涡流制动试验与研究[J]. 上海铁道大学学报, 1999, 20(6): 93-97.
YING Zhiding, XIA Yinsun, SHAO Bingheng. Experiment and research on high-speed eddy braking[J]. Journal of Shanghai tiedao university, 1999, 20(6): 93-97.

[10] 夏为林, 傅俊英, 邵丙衡. 高速列车轨道涡流制动试验台试制概述[J]. 机车电传动, 1999(6): 29-30.
XIA Weilin, FU Junying, SHAO Bingheng. Overview of trial production of the track eddy current braking test bench for high speed train[J]. Electric drive for locomotives, 1999 (6): 29-30.

[11] 高立群, 丁福焰, 王立宁, 等. 线性涡流制动电磁铁温升特性[J]. 中国铁道科学, 2022, 43(5): 94-101.
GAO Liqun, DING Fuyan, WANG Lining, et al. Temperature rise characteristics of electromagnet with linear eddy current braking[J]. China railway science, 2022, 43(5): 94-101.

[12] PREM J, 王渤洪. 大功率常用制动系统——ICE3 的涡流制动(一)[J]. 变流技术与电力牵引, 2005(1): 7-12.
PREM J, WANG Bohong. Eddy-current brake in the ICE 3 as high-efficiency service brake system-part 1[J]. Converter technology & electric traction, 2005(1): 7-12.

[13] 韩亚鹏, 张敏, 马卫华, 等. 永磁涡流制动与电磁涡流制动热力学特性对比分析[J]. 机车电传动, 2020(3): 63-67.
HAN Yapeng, ZHANG Min, MA Weihua, et al. Comparative analysis of thermodynamic characteristics of permanent magnet and electromagnetic eddy current braking[J]. Electric drive for locomotives, 2020(3): 63-67.

[14] WANG Lichao, DING Fuyan, YANG Dongbo, et al. A fitting-extrapolation method of B-H curve for magnetic saturation applications[J]. COMPEL - the international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, 2023, 42(2): 494-505.

[15] UMENEI A E, MELIKHOV Y, JILES D C. Models for extrapolation of magnetization data on magnetic cores to high fields[J]. IEEE transactions on magnetics, 2011, 47(12): 4707-4711.

[16] RAO D K, KUPTSOV V. Effective use of magnetization data in the design of electric machines with overfluxed regions [J]. IEEE transactions on magnetics, 2015, 51(7): 1-9.

[17] HOFMANN M, WERLE T, PFEIFFER R, et al. 2D and 3D numerical field computation of eddy-current brakes for traction[J]. IEEE transactions on magnetics, 2000, 36(4): 1758-1763.

[18] EDWARDS J D, JAYAWANT B V, DAWSON W R C, et al. Permanent-magnet linear eddy-current brake with a nonmagnetic reaction plate[J]. IEE proceedings-electric power applications, 1999, 146(6): 627-631.

[19] 郭其一, 黄世泽, 吴伟银, 等. 磁浮列车涡流制动热效应研究[J]. 铁道学报, 2012, 34(1): 29-33.
GUO Qiyi, HUANG Shize, WU Weiyin, et al. Research on pyrometric effect on eddy current brake for maglev train[J]. Journal of the China railway society, 2012, 34(1): 29-33.

[20] 叶乐志, 刘玉朋, 李德胜. 车用永磁缓速器磁热耦合建模与试验研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(1): 103-111.
YE Lezhi, LIU Yupeng, LI Desheng. Modeling and experimental study of vehicle permanent-magnet retarder with magneto-thermal coupling[J]. Automotive engineering, 2019, 41(1): 103-111.

Research on the longitudinal end effect in eddy-current braking characteristic experiment

WANG Lichao[1], WANG Ke[1], WANG Lining[1], GAO Liqun[1,2]

(1. Beijing Zongheng Electro-Mechanical Technology Co., Ltd., Beijing 100094, China;
2. Locomotive and Car Research Institute, China Academy of Railway Sciences Corporation Limited, Beijing 100081, China)

Abstract: Bench experiments play a crucial role in studying the eddy-current braking characteristics. The longitudinal end effect significantly influences experimental results, when the number of magnetic poles used in these experiments is below the design level. Therefore, studying the generating mechanism of this effect and correction methods become imperative. This study introduced experimental schemes with varying magnetic pole counts to verify the influence of the end effect on braking force and dynamic attractive force. The study employed 2-D finite element electromagnetic simulations to extract the distribution patterns of the magnetic field, eddy current density, and Lorentz force, elucidating the generating mechanism of the end effect. By calculating the braking force of individual magnetic pole at different speeds, the study inferred the contribution of the end magnetic pole to the braking force, deriving the correction formulation of end effect. The study results show that a minor influence of the end effect on the dynamic attractive force, while a significant impact on the braking force, necessitating correction solely for the braking force. The braking force of the leading pole is identified nearly equal to that of the intermediate pole, while that of the trailing pole is lower and its contribution is approximately linearly related to speed. By correcting the braking force experimental data using a trailing pole contribution function, a notable reduction in the relative error between the correction results and the braking force derived from 3-D finite element simulations is observed. The research findings serve as a reference for the design of eddy-current braking experiments and the processing of experimental data. This enhancement contributes to a better comprehending of accurate eddy-current braking characteristics, thereby offering guidance in product research and development.

Keywords: eddy-current braking; permanent magnetic eddy-current braking; end effect; electromagnetic braking; electromagnetic simulation; high-speed train

收稿日期：2023-11-10；修回日期：2024-03-13