DOI：10.13890/j.issn.1000-128X.2024.01.141

车轮多边形激励下机车轴箱振动响应仿真分析

侯招文[1]，刘永锋[1]，陶功权[2]
（1. 株洲中车时代电气股份有限公司，湖南 株洲 412001；
2. 西南交通大学 轨道交通运载系统全国重点实验室，四川 成都 610031）

摘　要：车轮多边形磨耗会影响轮轨系统零部件疲劳寿命和车辆乘坐舒适性，甚至威胁列车运行安全性。为研究车轮多边形激励下机车轴箱振动响应规律，文章联合多体动力学软件和有限元软件建立了考虑构架、轮对、轨枕、钢轨柔性的机车–轨道刚柔耦合动力学模型，采用实测机车轴箱振动加速度结果对模型进行验证，并研究了理想谐波和典型实测不规则车轮多边形对机车振动响应的影响。结果表明，当车轮多边形通过频率靠近轮轨P2共振频率或轮对固有模态频率时，会引起轴箱振动加速度幅值激增。轴箱振动加速度大小与车轮多边形阶次之间并不呈线性相关关系，而与多边形波深呈正相关关系。在实测不规则车轮多边形激励下，轴箱振动加速度的规律主要由车轮多边形的主导阶次决定。

关键词：机车；车轮多边形；刚柔耦合；振动响应

中图分类号：U260.11；U270.1+1　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1000-128X(2024)03-0038-07

0　引言

车轮多边形化是沿车轮圆周方向上的一种非均匀磨耗形式，是铁路系统中典型磨耗现象，广泛存在于地铁车辆、机车、高速列车车轮上[1-2]。车轮多边形磨耗的存在，会给车辆–轨道系统带来诸多不良影响，例如会缩短轮对镟修周期[3]；加剧轮轨动力作用[4-6]，使车辆轨道部件过早失效或损坏[7]；恶化车辆运行稳定性[8]，甚至会引发列车脱轨。因此，车轮多边形磨耗激励下轮轨动力作用及车辆振动响应研究吸引了国内外大量学者的关注。

目前国内外学者多采用数值仿真方法研究车轮多边形磨耗激励下的轮轨动力及车辆振动响应。文献[8]建立了车辆–轨道耦合动力学模型，仿真分析了2阶车轮多边形对车辆稳定性的影响，结果表明2阶车轮多边形会严重恶化车辆运行稳定性。文献[9]分析了车轮多边形波深、阶数和相位差对重载货车轮轨作用力的影响，发现轮轨垂向力随车速和波深的增大而增大，而受相位差影响较小。文献[10]建立考虑轮轨柔性的地铁车辆–轨道刚柔耦合动力学模型，在车轮上施加多边形磨耗激励，仿真了不同车速下轮轨动态响应，分析了不圆时变率与轴箱振动加速度、轮轨垂向力之间的关系，结果表明，当多边形通过频率与轮轨系统的固有模态频率接近时，不圆时变率与轮轨垂向力、轴箱垂向加速度之间具有较强的线性相关性。文献[11-12]采用SIMPACK和ANSYS软件建立高速车辆刚柔耦合动力学模型，研究车轮多边形磨耗激励下轮轨力变化特征，指出轮轨垂向力会随多边形波深的增加而增大，但与多边形阶次不存在正相关关系。

本文以国内某型电力机车为研究对象，将其构架、轮对以及轨道结构考虑为柔性体，建立机车–轨道耦合动力学模型。从时域和频域两个角度分析理想谐波和典型实测车轮多边形激励对机车轴箱振动加速度的影响规律。

基金项目：国家自然科学基金项目(U21A20167)；中国博士后科学基金特别资助项目（2021T140571）
通信作者：陶功权，男，副研究员，博士，主要从事铁路轮轨关系方面的研究；E-mail: taogongquan@swjtu.edu.cn
引用格式：侯招文, 刘永锋, 陶功权. 车轮多边形激励下机车轴箱振动响应仿真分析[J]. 机车电传动, 2024(3): 38-44.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2024.01.141.
Citation：HOU Zhaowen, LIU Yongfeng, TAO Gongquan. Simulated analysis of wheel polygons on vibration responses of locomotive axle boxes[J]. Electric drive for locomotives,2024(3): 38-44.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2024.01.141.

1　机车–轨道耦合动力学模型

考虑机车和轨道的中高频振动特性，为更真实反映车轮多边形激励下机车轮轨动态响应，本文联合多体动力学软件和有限元软件建立了机车–轨道耦合动力学模型，如图 1 所示。其中机车部分考虑了柔性轮对和柔性构架，轨道部分考虑了柔性轨枕和柔性钢轨。下面将详细介绍机车多刚体动力学模型、柔性轮对、柔性构架以及柔性轨道的建模过程。

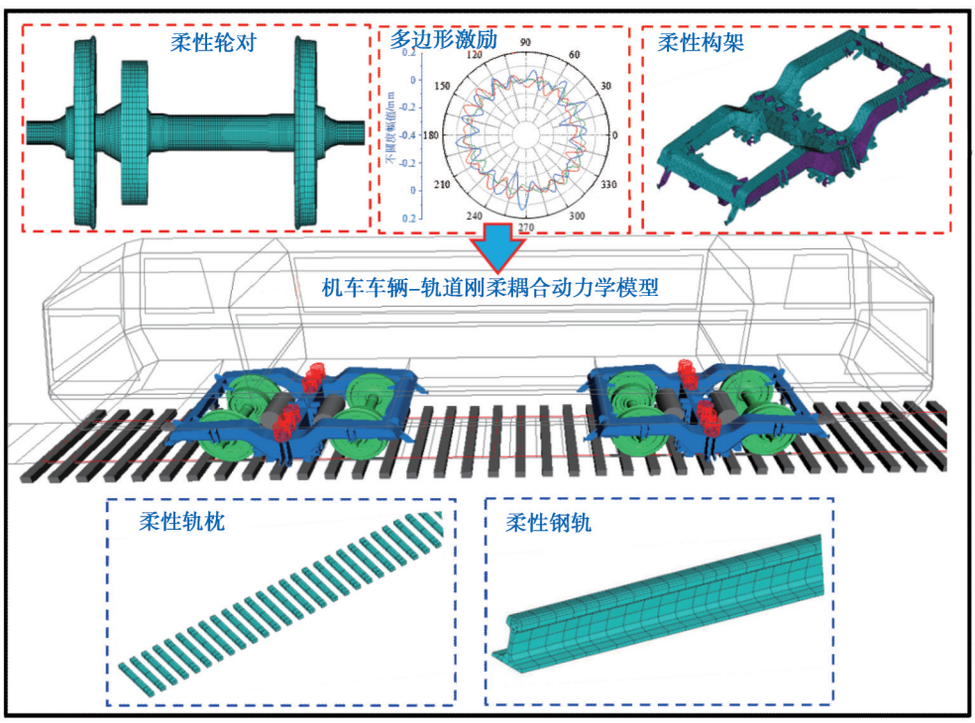


图 1　机车–轨道耦合动力学模型

Fig. 1　Locomotive-track coupled dynamics model

1.1　机车多刚体动力学模型

根据我国某型电力机车动力学参数，采用多体动力学软件建立机车多刚体动力学模型。为简化分析，电机仅考虑点头自由度，牵引杆仅考虑点头和摇头自由度，车体、构架、轮对等刚体中均具有 6 个自由度。建模过程中将各级悬挂元件采用弹簧阻尼单元模拟，在多体动力学软件中通过力元表示，同时充分考虑减振器及横向止挡等元件的非线性特性。仿真过程中车轮采用机车 JM3 型面，钢轨采用 CHN60 型面，轮轨法向和切向接触问题则分别采用 HERTZ 理论和 FASTSIM 算法[13]进行求解。

1.2　轮对柔性化

采用有限元分析软件建立该型机车轮对有限元模型，并采用 6 面体实体单元划分网格。在多体动力学软件中，柔性体的变形通过模态叠加法来计算，考虑到仿真效率，在有限元软件中对轮对选取主节点缩减其自由度。轮对主节点选取位置如图 2 所示，一共选取 188 个主节点。所有主节点均考虑了 6 个自由度。为保证所建立轮对子结构模型的可靠性，本文采用 Block Lanczos 法计算自由状态下轮对模型模态结果，主自由度缩减前后的轮对模态结果如表 1 所示。通过对比可知，自由度缩减前后轮对前 5 阶模态频率计算结果相近，且与文献[14]中该型轮对模态敲击试验结果进行比

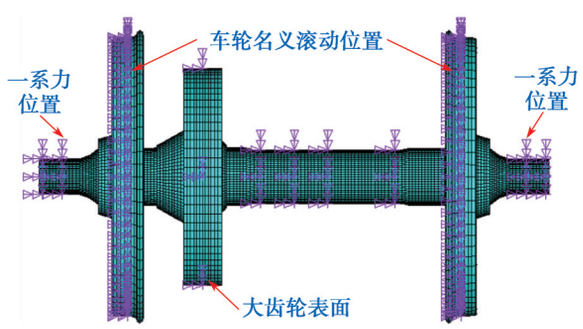


图 2　轮对主节点选取

Fig. 2　Selection of master nodes of the wheelset

表 1　轮对模态频率与振型

Table 1　Modal frequencies and modal shapes of wheelset

振型描述	原始模型频率/Hz	子结构频率/Hz	模态振型
一阶扭转	71.7	71.7	
轮对一阶弯曲	82.1	82.4	
车轮横向弯曲	117.2	118.0	
一阶伞形	183.1	188.4	
齿轮一节径	225.9	232.0	

较可发现，前5阶模态中，相对误差均在2%以内，因此本文所建立的轮对子结构模型是准确可靠的。仿真时，考虑轮对前5阶振型，对应截止频率为250 Hz，基本涵盖了该型机车各个速度等级下多边形的通过频率。

1.3 构架柔性化

由于构架结构较为复杂，本文首先对构架三维模型进行前处理操作，包括简化模型、网格划分等，然后将构架模型导入至有限元软件选取主节点进行子结构分析。构架主体采用壳单元划分网格，包括横梁和侧梁等，而对于3个方向尺寸差异较小的电机吊座和牵引拉杆连接座采用实体单元划分。构架主节点选取位置如图3所示，沿着构架表面一共均匀选取805个主节点。构架主自由度缩减前后的模态结果如表2所示。从表2可知，前5阶模态中，子结构模型模态结果与原始有限元模型基本一致，因此本文所建立的构架子结构模型是准确可靠的。仿真时，本文考虑构架前200 Hz内的模态。

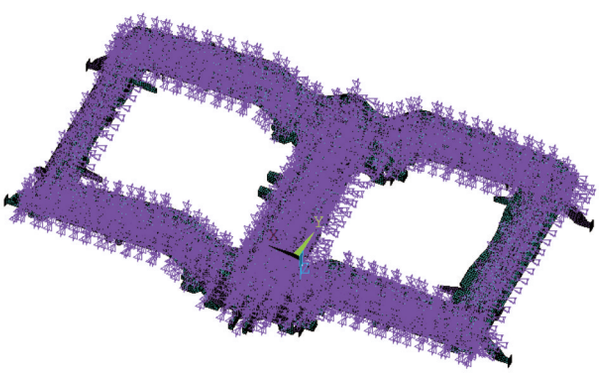


图3 构架主节点选取

Fig. 3 Selection of master nodes of the bogie frame

表2 构架模态频率与振型

Table 2 Modal frequencies and mode shapes of bogie frame

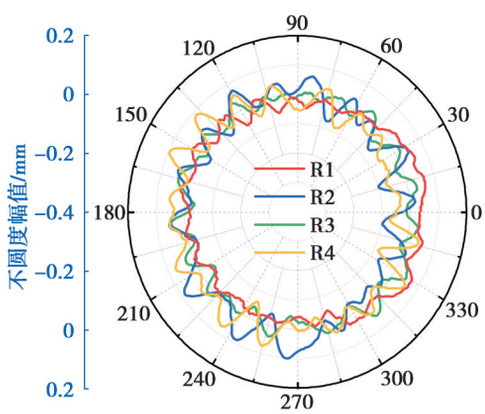
振型描述	原始模型频率/Hz	子结构频率/Hz	模态振型
一阶扭转	43.2	43.2	
垂向弯曲	53.6	53.6	
横向弯曲	61.6	61.7	
菱形变形	64.9	64.9	
2阶扭转	91.1	91.2	

1.4 轨道结构柔性化

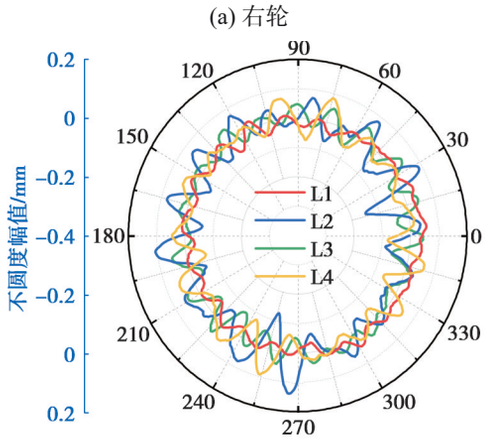
本文考虑的柔性轨道结构包括钢轨和轨枕两部分。钢轨考虑为离散点支承的Timoshenko梁，梁截面为我国60 kg/m钢轨横截面，采用梁单元划分网格。将轨枕简化为平行六面体结构，采用实体单元划分网格，每个轨枕的尺寸为2.5 m×0.22 m×0.16 m。轨枕材料密度为2 400 kg/m^3，弹性模量为32.5 GPa，泊松比为0.24。轨枕间距为0.58 m，一共建立了42根轨枕。钢轨以及轨枕有限元模型主节点均沿着轨道纵向每隔0.58 m选取。进行子结构分析后，分别通过多体动力学软件的柔性轨道模块和有限元接口模块导入柔性钢轨和轨枕模型，同时在多体动力学软件中建立扣件和地基约束，均通过力元表示。仿真时，本文考虑轨枕前200 Hz内的模态。

2 模型验证

为保证所建立机车–轨道耦合动力学模型的可靠性与准确性，本文将车轮不圆度实测结果输入至刚柔耦合动力学模型中，计算实际车轮失圆状态下机车振动加速度响应，并与实测结果进行比较。仿真时不施加轨道不平顺，机车的运行速度设置为70 km/h，仿真过程中速度保持不变，仿真采样频率为5 000 Hz。单节机车8个车轮上均施加实测多边形激励，8个车轮的不圆度测试结果用极坐标表示如图4所示，图中R和L分别表示右侧和左侧车轮，1~4表示第1~4位轮对。从图4可以看到，车轮不圆度径跳值基本都在0.2 mm以内，阶次主要表现为14、18和20阶以上高阶多边形。车轮多边形通过频率与多边形阶数、运行速度的关系如式(1)所示。



(a) 右轮



(b) 左轮

图4 实测车轮不圆度结果

Fig. 4 Measured wheel out-of-roundness

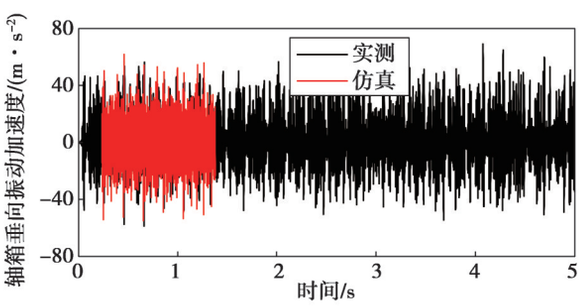
$$f=\frac{nv}{\pi D} \tag{1}$$

式中：f为车轮多边形通过频率；v为车速；n为车轮多

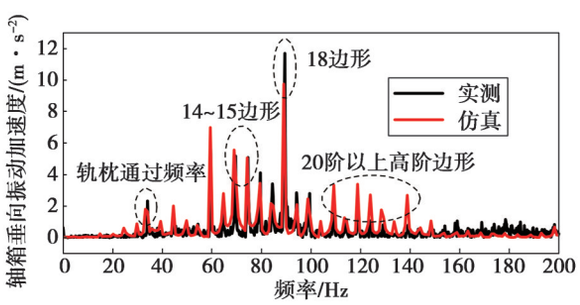
边形阶数；D为车轮直径，本文机车车轮直径为1.25 m。

通过式(1)可得，当机车运行速度为70 km/h时，14和18边形的通过频率分别约为69 Hz和89 Hz。

图 5对比了L2（二轴左侧）轴箱实测垂向加速度结果和仿真结果（仿真结果为L2轴箱通过柔性轨道时的垂向加速度，时间约为1 s）的差异，其中对实测结果和仿真结果均进行200 Hz低通滤波处理。从图 5(a)时域结果可知，机车–轨道耦合模型仿真得到的轴箱垂向振动加速度大小与机车线路试验结果差异不大，实测的轴箱垂向振动加速度幅值为69 m/s^2，仿真结果幅值为63 m/s^2，两者相差8.7%；实测结果有效值为19.9 m/s^2，仿真结果有效值为18.5 m/s^2，两者相差7.0%。通过对时域结果进行傅里叶变换，得到的频谱图如图 5(b)所示，可以看到，仿真模型可较好地反映出轨枕通过频率和各阶车轮多边形通过频率，且仿真计算得到的振动主频与实测结果吻合较好，振动主频均集中在60~90 Hz，其中90 Hz处的振动幅值最大，该频率为18阶多边形的通过频率。



(a) 时域结果



(b) 频域结果

图 5　机车–轨道耦合动力学模型验证

Fig. 5　Verification of the locomotive-track coupling dynamics model

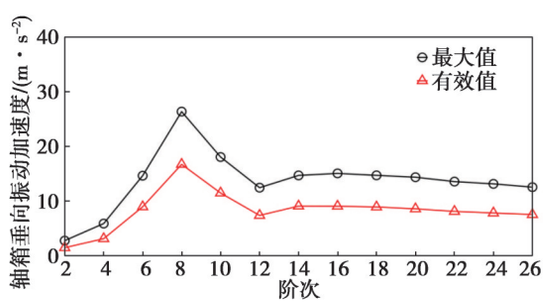
通过轴箱垂向振动加速度时域和频域对比结果可知，本文建立的机车–轨道耦合动力学模型与实际机车相近，模型准确性较高，可用于该型机车在车轮多边形激励下振动响应的仿真计算。

3　车轮多边形激励下机车轴箱振动响应

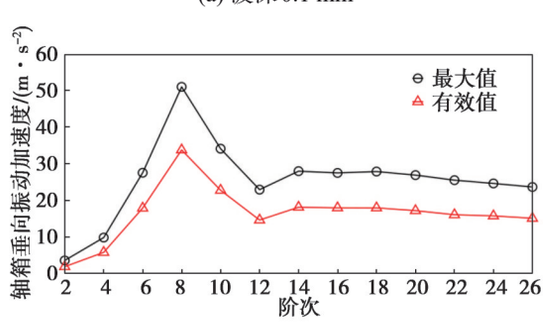
3.1　理想谐波车轮多边形下机车轴箱振动响应分析

本节在前面建立的机车–轨道耦合动力学模型基础上，施加简谐车轮多边形激励，分析车轮多边形波深和阶次对轴箱垂向振动加速度响应的影响。仿真工况设置为：所有车轮分别施加2~26阶谐波多边形磨耗，波深分别设置为0.1 mm、0.2 mm、0.3 mm，波深定义为正弦波的峰–峰值，速度为80 km/h，仿真线路考虑为直线，且不施加轨道不平顺激励。

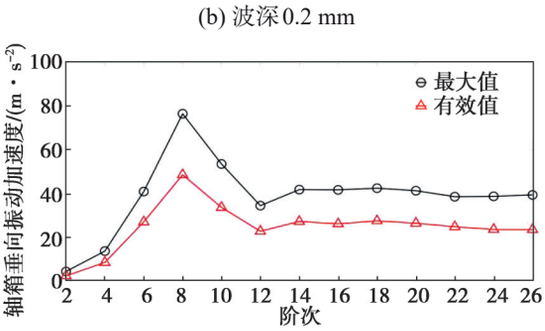
图 6给出了轴箱垂向振动加速度最大值与有效值随多边形阶次的变化规律。可以看出，轴箱振动加速度大小与车轮多边形阶次之间并不呈线性相关关系，随着多边形阶次的增加，轴箱振动加速度的最大值和有效值先增加，当车轮为8阶谐波磨耗时，轴箱振动加速度最大值与有效值出现了峰值。在上述多边形磨耗状态下，多边形的通过频率为45 Hz，与该型机车轮轨系统P2力共振频率（频率约为42 Hz）接近，引发了轮轨系统共振现象，之后轴箱振动加速度的最大值和有效值开始减小，当多边形阶次大于等于12阶时，轴箱振动加速度最大值和有效值随阶次变化较小。对比0.1~0.3 mm波深结果可知，车轮多边形阶数不变时，随着多边形波深的增加，轴箱振动加速度的最大值和有效值随之增大。



(a) 波深0.1 mm



(b) 波深0.2 mm

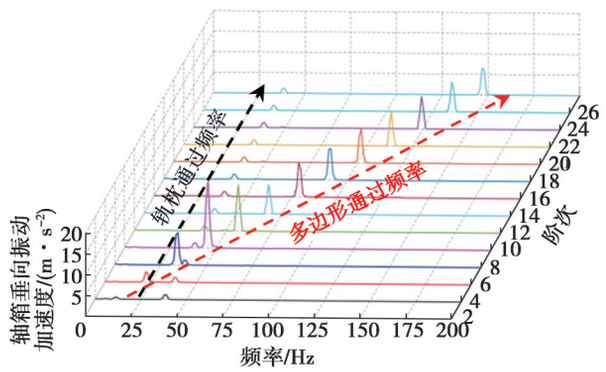


(c) 波深0.3 mm

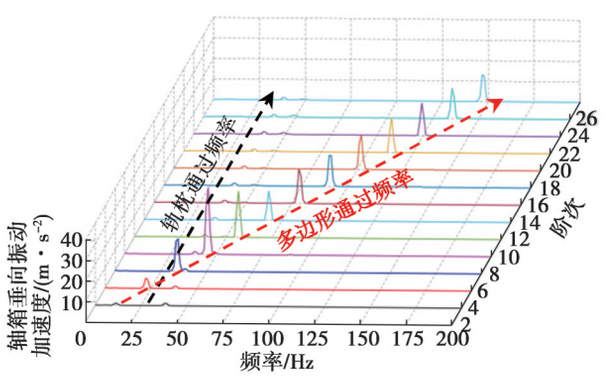
图 6　轴箱垂向振动加速度随车轮多边形阶次的变化规律

Fig. 6　Variation law of vertical vibration acceleration of the axle box with the order of wheel polygon

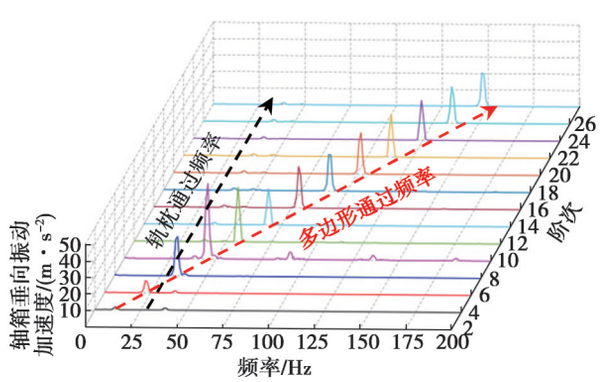
图 7 给出了 0.1~0.3 mm 车轮多边形波深下 2~26 阶车轮多边形化引起的轴箱振动加速度的频域结果。频域图中每阶多边形都在 38 Hz 位置处出现一个小峰值，其对应着轨枕通过频率。振动主频位置对应着 80 km/h 速度下 2~26 阶车轮多边形的通过频率，其随着多边形阶次的增大而增大，且频域中的峰值所表现的规律与图 6 所展示规律类似。



(a) 波深 0.1 mm



(b) 波深 0.2 mm



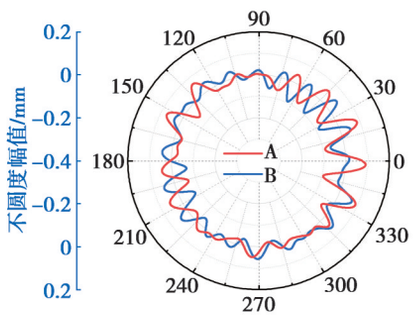
(c) 波深 0.3 mm

图 7 不同车轮阶次下的轴箱垂向振动加速度频域结果

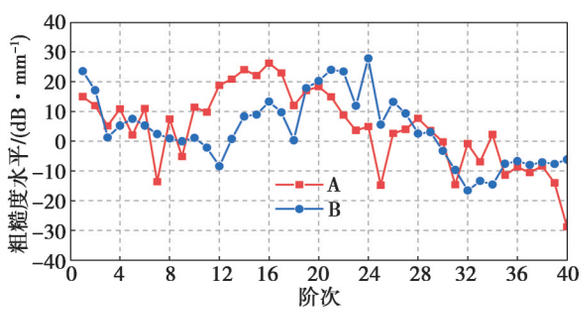
Fig. 7 Results of vertical vibration acceleration of the axle box in frequency domain under excitation of wheel with different orders

3.2 实测不规则多边形激励下车速对轴箱振动加速度影响

本节选取了来源于现场实测的机车车轮不规则多边形磨耗，分析轴箱部件在实测车轮多边形激励下的振动响应。一共选取了两种实测车轮多边形结果 A 和 B，分别以极坐标图和阶次图展示，如图 8 中的(a)和(b)所示。在实测车轮多边形磨耗 A 中，12~20 阶次的粗糙度水平较高；而实测车轮多边形磨耗 B 中，偏心、19~22 阶以及 24 阶车轮多边形磨耗较为突出。



(a) 极坐标图

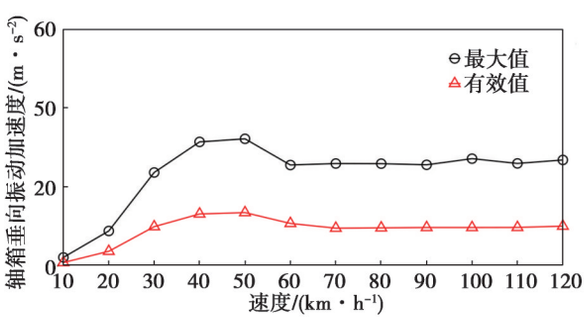


(b) 阶次图

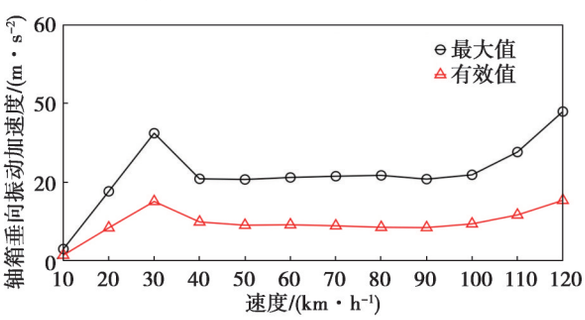
图 8 实测不规则车轮多边形

Fig. 8 Measurement irregular wheel polygons

图 9(a)和(b)展示了实测车轮多边形磨耗 A 和 B 激励下的轴箱振动加速度最大值与有效值随速度的变化



(a) 实测车轮多边形磨耗 A 激励



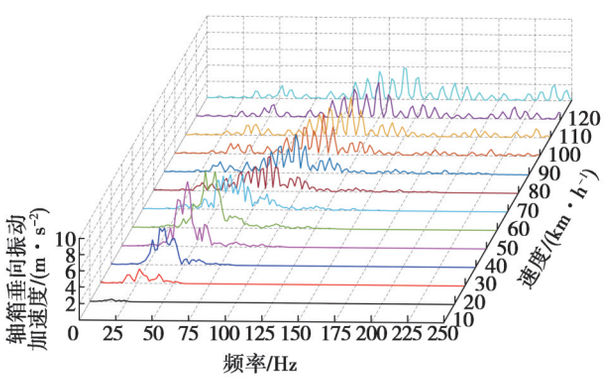
(b) 实测车轮多边形磨耗 B 激励

图 9 实测不规则多边形激励下车速对轴箱振动加速度影响

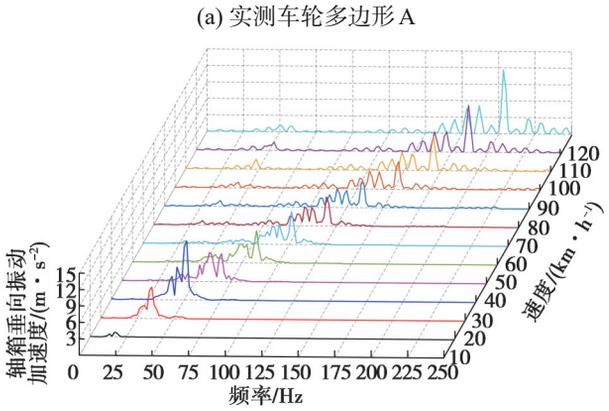
Fig. 9 Effects of different speeds on vibration accelerations of the axle box under excitation of measured irregular wheel polygons

关系。在不规则多边形磨耗 A 激励下，当行驶速度为 40~50 km/h 时，轴箱振动加速度最大值与有效值较高。这是由于 12~20 阶多边形通过频率，在 40 km/h 速度下为 33~58 Hz，在 50 km/h 速度下为 43~70 Hz，40 km/h 和 50 km/h 速度下的多边形通过频率均与轮轨系统 P2 频率（频率约为 42 Hz）接近，引发了轮轨系统共振现象。在不规则多边形磨耗 B 激励下，当行驶速度为 30 km/h 时，轴箱振动加速度最大值与有效值出现了峰值，引起该现象的原因与多边形磨耗 A 激励一样，与轮轨 P2 振动有关。不同的是，当车速在 110~120 km/h 时，轴箱垂向振动加速度最大值与有效值的增长速率突变，这是由于在 120 km/h 速度下，19~24 阶多边形通过频率范围约为 161~203 Hz。与轮对约束状态下的齿轮一节径（200~225 Hz）接近，在该模态下激发了轮对的垂向弯曲，引起加速度最大值和有效值激增。

图 10 为不同速度下轴箱振动加速度的频域结果。可以看出振动主频随着车速的增大而增大。以 40 km/h 为例，对于车轮多边形磨耗 A 激励，振动主频集中在 33~58 Hz 处，与 12~20 阶多边形的通过频率接近，符合实测车轮磨耗 A 的特征；对于车轮多边形磨耗 B 激励，振动主频频率集中在 55~70 Hz 处，与 19~24 阶多边形的通过频率接近，符合实测车轮磨耗 B 的特征。因此可得出在实测不规则车轮多边形激励下，轴箱振动加速度的规律主要由其中较为突出的车轮多边形阶次决定。当该型机车车轮出现以 15~24 为主导阶次的多边形磨耗时，应尽量避免在 30~50 km/h、110~120 km/h 速度范围内持续运行。



(a) 实测车轮多边形 A



(b) 实测车轮多边形 B

图 10　实测多边形激励下轴箱垂向振动加速度频域结果

Fig. 10　Results of vertical vibration acceleration of the axle box in frequency domain under excitation of measured polygons

4　结论

本文联合有限元软件和多体动力学软件建立了我国某型电力机车–轨道耦合动力学模型，模型中考虑了轮对、构架、轨枕、钢轨的结构柔性，并利用机车轴箱振动加速度试验结果验证了模型的准确性。分析了理想谐波和典型实测不规则车轮多边形激励下机车振动响应，主要结论如下：①轴箱振动加速度大小与车轮多边形阶次之间并不呈线性相关关系，对于不同理想谐波多边形阶次情况，当车轮多边形通过频率靠近轮轨 P2 共振频率时，会引起轮轨系统共振现象，导致轴箱振动加速度最大值和有效值激增。当理想谐波多边形阶次固定时，随着多边形波深的增加，轴箱振动加速度的最大值和有效值随之增大。② 在实测不规则车轮多边形激励下，轴箱振动加速度的规律主要由车轮多边形的主导阶次决定。对于不同车速，当车轮多边形通过频率靠近轮轨 P2 共振频率或轮对固有模态时，会引发机车振动加大。③ 当机车车轮出现以 15~24 为主导阶次的多边形磨耗时，应尽量避免在 30~50 km/h、110~120 km/h 速度范围内长时间运行。

参考文献：

[1] 陶功权, 温泽峰, 金学松 . 铁道车辆车轮非圆化磨耗形成机理及控制措施研究进展[J]. 机械工程学报, 2021, 57(6): 106-120.
TAO Gongquan, WEN Zefeng, JIN Xuesong. Advances in formation mechanism and mitigation measures of out-of-round railway vehicle wheels[J]. Journal of mechanical engineering, 2021, 57(6): 106-120.

[2] IWNICKI S, NIELSEN J C O, TAO G Q. Out-of-round railway wheels and polygonisation[J]. Vehicle system dynamics, 2023, 61(7): 1787-1830.

[3] 徐冬冬, 杨九河, 丁军君 . 高速列车车轮多边形动力学试验与仿真研究[J]. 机车电传动, 2021(6): 42-48.
XU Dongdong, YANG Jiuhe, DING Junjun. Dynamic test and simulation of high-speed train polygonal wheels[J]. Electric drive for locomotives, 2021(6): 42-48.

[4] YANG Y F, LING L, WANG C, et al. Wheel/rail dynamic interaction induced by polygonal wear of locomotive wheels [J]. Vehicle system dynamics, 2022, 60(1): 211-235.

[5] 刘欢, 陶功权, 蔡晶, 等 . 车轮多边形态下机车轮轨动态响应研究[J]. 振动与冲击, 2020, 39(16): 16-22.
LIU Huan, TAO Gongquan, CAI Jing, et al. Influence of wheel polygon on locomotive wheel-rail dynamic response

[J]. Journal of vibration and shock, 2020, 39(16): 16-22.

[6] 刘孟奇, 陶功权, 肖国放, 等. 中高频激励下轮轨不同建模方法对轮轨动态相互作用的影响[J]. 振动与冲击, 2021, 40(10): 150-158.
LIU Mengqi, TAO Gongquan, XIAO Guofang, et al. Influence of wheelset and track modelling approaches on wheel-rail dynamic interaction under the excitation of medium-high frequency[J]. Journal of vibration and shock, 2021, 40 (10): 150-158.

[7] ZHANG Heji, YANG Xiaoxuan, XIE Chenxi, et al. Experimental investigation of effect of wheel out-of-roundness on fracture of coil springs in metro vehicles[J]. Engineering failure analysis, 2022, 142: 106811.

[8] 张雪珊, 肖新标, 金学松. 高速车轮椭圆化问题及其对车辆横向稳定性的影响[J]. 机械工程学报, 2008, 44(3): 50-56.
ZHANG Xueshan, XIAO Xinbiao, JIN Xuesong. Influence of high speed railway wheels ovalization on vehicle lateral stability[J]. Journal of mechanical engineering, 2008, 44(3): 50-56.

[9] 杨亮亮, 罗世辉, 傅茂海, 等. 车轮状态变化对重载货车轮轨作用力影响[J]. 振动与冲击, 2014, 33(3): 110-116.
YANG Liangliang, LUO Shihui, FU Maohai, et al. Effect of wheel state variation on face between wheel and rail of a heavy wagon[J]. Journal of vibration and shock, 2014, 33 (3): 110-116.

[10] 刘奇锋, 陶功权, 梁红琴, 等. 地铁车轮多边形磨耗对轮轨系统动力特性的影响[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2022, 53(8): 3222-3231.
LIU Qifeng, TAO Gongquan, LIANG Hongqin, et al. Influence of metro wheel polygonal wear on dynamic properties of wheel-rail system[J]. Journal of central south university (science and technology), 2022, 53(8): 3222-3231.

[11] 宋志坤, 岳仁法, 胡晓依, 等. 车轮多边形对车辆振动及轮轨力的影响[J]. 北京交通大学学报, 2017, 41(6): 88-93.
SONG Zhikun, YUE Renfa, HU Xiaoyi, et al. Influence of wheel polygon on vehicle vibration and wheel/rail force[J]. Journal of Beijing jiaotong university, 2017, 41(6): 88-93.

[12] 宋志坤, 侯银庆, 胡晓依, 等. 柔性轮轨下轮轨波磨综合作用的振动特性研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(11): 33-40.
SONG Zhikun, HOU Yinqing, HU Xiaoyi, et al. Research on vibration characteristics of wheel-rail corrugation under flexible wheel and rail[J]. Journal of the China railway society, 2018, 40(11): 33-40.

[13] KALKER J J. A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact[J]. Vehicle system dynamics, 1982, 11(1): 1-13.

[14] 陶功权. 和谐型电力机车车轮多边形磨耗形成机理研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
TAO Gongquan. Investigation into the formation mechanism of the polygonal wear of HXD electric locomotive wheels[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2018.

Simulated analysis of wheel polygons on vibration responses of locomotive axle boxes

HOU Zhaowen[1], LIU Yongfeng[1], TAO Gongquan[2]

(1. Zhuzhou CRRC Times Electric Co., Ltd., Zhuzhou, Hunan 412001, China; 2. State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: Polygonal wear of wheels has a significant influence on the fatigue life of components in the wheel and rail system, as well as on the ride comfort and operational safety of trains. This paper investigates the vibration responses of locomotive axle boxes to the excitation of wheel polygons. To this end, a rigid-flexible coupling dynamics model was developed by combining multi-body dynamics software and finite element analysis software to simulate the locomotive-track system. This model incorporated the flexibility of bogie frames, wheelsets, sleepers, and rails. The measured vibration acceleration results of locomotive axle box were used to verify this model. This study further examined the effects of ideal harmonics and measured irregular wheel polygons in typical cases on vibration responses of locomotives. The findings show that the amplitude of axle box vibration accelerations increase significantly as the wheel polygon passing frequency approaches the resonant frequency of the wheel-rail system in the P2 mode or the wheelset frequency in its natural mode. The magnitude of axle box vibration accelerations exhibit a positive correlation with the depth of the polygon waveforms, rather than a linear correlation with the order of the wheel polygons. Furthermore, under the excitation of measured irregular wheel polygons, the dominant order of the wheel polygons is identified as the primary influencing factor on the axle box vibration accelerations.

Keywords: locomotive; wheel polygon; rigid-flexible coupling; vibration response

收稿日期：2023-08-14；修回日期：2023-09-02