DOI：10.13890/j.issn.1000-128X.2023.06.003
文章编号：1000-128X(2023)06-0020-11

超高速永磁电动悬浮系统三维解析建模与电磁力特性分析

胡永攀[1,2]，陈宝军[1,3]，龙志强[1,3]
（1.国防科技大学 智能科学学院，湖南 长沙 410073；
2.同济大学 国家磁浮交通工程技术研究中心，上海 201804；
3.电磁悬浮与推进技术湖南省重点实验室，湖南 长沙 410073）

摘 要：永磁电动悬浮系统在高速情况下具有自稳定的特点，并且安装维护简单，在超高速管道磁浮运载中具有重要的应用价值。文章以超高速永磁电动悬浮系统为对象，对“Halbach永磁阵列–导体板”结构进行系统建模，提出了一种横向端部断面边界条件的构建方法，明确了电磁力的求解方法。同时，对电磁力特性开展研究，分析了电磁力随电磁参数、结构参数变化的规律。利用转盘试验平台开展了原理性验证试验，通过有限元仿真和试验结果对比，说明了所建电磁力模型的正确性。

关键词：永磁电动；管道磁浮；Halbach永磁阵列；电磁力特性
中图分类号：U237　　**文献标识码：**A

3D analytical modeling of the ultra-high-speed permanent magnet electrodynamic levitation system and analysis of electromagnetic force characteristics

HU Yongpan[1,2], CHEN Baojun[1,3], LONG Zhiqiang[1,3]

(1. College of Intelligence Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China; 2. Maglev Transportation Engineering R&D Center, Tongji University, Shanghai 201804, China; 3. Hunan Provincial Key Laboratory of Electromagnetic Levitation and Propulsion Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: The permanent magnet electrodynamic levitation system has been proven significantly valued for applications in ultra-high-speed tube magnetic levitation transport, due to its self-stabilizing performance at high speeds and easy installation and maintenance. This paper focused on the ultra-high-speed permanent magnet electrodynamic levitation system and presented a method for constructing boundary conditions for transverse end sections, by modeling the "Halbach permanent magnet array—conductor plate" structure. Additionally, a method to solve the electromagnetic force was proposed. By analyzing the change rules of electromagnetic force with electromagnetic parameters and structural parameters, this paper revealed the characteristics of electromagnetic force. The principle of the electromagnetic force model was validated through a comparison between the finite element simulation results and findings from a verification experiment carried out on a rotary experimental platform.

Keywords: permanent magnet electrodynamic; tube magnetic levitation; Halbach permanent magnet array; electromagnetic force characteristics

---

基金项目：国家自然科学基金重点课题（52232013）
通信作者：龙志强（1967—），男，博士，研究员，博士生导师，主要研究方向为电磁悬浮与推进控制、磁浮交通技术；
E-mail: zhqlong@nudt.edu.cn
引用格式：胡永攀, 陈宝军, 龙志强. 超高速永磁电动悬浮系统三维解析建模与电磁力特性分析[J]. 机车电传动, 2023(6): 20-30.
Citation: HU Yongpan, CHEN Baojun, LONG Zhiqiang. 3D analytical modeling of the ultra-high-speed permanent magnet electrodynamic levitation system and analysis of electromagnetic force characteristics[J]. Electric drive for locomotives,2023(6): 20-30.

0　引言

磁悬浮技术利用悬浮力可实现无接触支撑，已经广泛应用于中低速、高速磁浮交通，以及超高速管道磁浮运输[1-2]等领域。其中，永磁电动悬浮技术结构简单，成本低，对轨道平顺度要求较低，维护比较方便。因此，国内外学者对永磁电动悬浮技术开展了广泛的研究。

在国外，永磁电动悬浮技术的应用以美国磁浮飞机（Magplane）[3]、GA Urban 磁悬浮列车[4]、MIT Hyperloop[5]为典型代表。美国麻省理工学院在 20 世纪 70 年代，基于永磁电动悬浮技术提出了磁浮飞机的设计方案，在车体底部两侧安装有能同时提供悬浮和导向作用的 Halbach 永磁阵列，与弧形铝制轨道相对，悬浮间隙 5 ~ 15 cm。其中，永磁阵列与涡流相互作用产生电磁力，其竖直方向分量充当悬浮力，而水平方向分量则充当导向力。从 20 世纪 90 年代开始，美国的劳伦斯利弗莫尔国家实验室（Lawrence Livermore National Laboratory）提出了 Inductrack 永磁电动悬浮方案[6-7]，通用原子能公司（GA）沿用该技术方案，在加利福尼亚州圣地亚哥 120 m 长的试验线上开展了相关研究[3, 8]。Indocktrack 方案与 Magplane 方案的最大区别在于轨道形式，前者采用离散轨道形式，而后者采用连续轨道形式。对比两者，连续轨道具有安装维护的天然优势，这对永磁电动悬浮技术的发展极为有利。2016 年，在真空管道吊舱的原型设计中，美国麻省理工学院 MIT Hyperloop 的悬浮、导向和制动功能均依靠永磁电动悬浮技术实现，采用的是连续的铝制导轨。苏黎世瑞士联邦理工学院 Swiss Hyperloop 采用的悬浮方案与 MIT Hyperloop 的相同。关于永磁电动悬浮系统电磁力的建模，主要存在的问题是二维电磁力模型与试验结果存在较大误差，无法直接应用于工程实际。文献[9]对 Halbach 永磁电动悬浮系统进行了理论与试验对比，说明了二维电磁力理论计算值与实际情形有显著偏差的状况。在电磁力特性的研究方面，文献[10-13]的研究表明，无论何种形式的永磁电动悬浮系统，其电磁力的变化趋势类似：悬浮力随速度的增加先迅速增加，然后趋于稳定；磁阻力随速度的增加，在低速段迅速增加至峰值，然后随速度的增大缓慢下降。上述研究主要验证电磁力随速度变化的规律，对电磁力随其他参数的变化情况没有开展深入研究。

在国内，中国科学院电工研究所、西南交通大学、海军工程大学、国防科技大学等单位开展了板式 Halbach 永磁电动悬浮系统的理论、仿真研究和试验平台建设。中国科学院电工研究所以中低速磁浮需求为目标，搭建了 2 套盘式试验台，进行轨道分层理论验证和优化设计研究[14-15]；建立了二维电磁力模型，主要研究了电磁力随速度变化的规律；建立了三维电磁力模型，指出了涡流竖直分量为 0 的特点。2022 年，中国科学院电工研究所参与研发的电磁橇，采用了永磁电动悬浮技术，最高推进速度可达 1 030 km/h，创造了大质量、超高速电磁推进技术的世界最高速度纪录[16]。西南交通大学主要针对双边 Halbach 永磁电动悬浮系统开展研究[17-19]，基于永磁阵列的外部磁场，推导出二维和三维电磁力模型，验证了电磁力随速度和悬浮间隙的变化规律，并搭建“扇形 Halbach 永磁阵列–铝制转盘”电动悬浮试验台对理论计算进行了验证；此外，借鉴日本低温超导悬浮方案，还提出一种零磁通线圈式车载 Halbach 永磁阵列电动悬浮系统[20]。海军工程大学团队基于永磁电动悬浮方案，针对横向端部和纵向端部效应对建模方法进行了改进，通过试验验证了电磁力随速度变化的准确性，并进行了桶式旋转试验平台的建设[21]。国防科技大学于 2009 年，搭建一套“Halbach 永磁阵列–铝制转盘轨道”的立式电动悬浮试验台开展电磁力特性研究，通过仿真手段对静态磁场分布随参数变化的规律进行了研究；2020 年，研制了集悬浮与导向功能于一体的卧式永磁电动悬浮试验台，建立了永磁电动悬浮的二维解析模型，但无法开展电磁力随永磁阵列和导体板宽度变化规律的研究[22]。

上述研究集中反映了电磁力随 2 个关键参数（速度和悬浮间隙）的变化规律。为了探明电磁力随其他关键特征参数变化的一般规律，本文以采用“Halbach 永磁阵列–导体板”结构的永磁电动悬浮系统为研究对象，开展进一步研究。首先，本文提出一种横向端部断面边界条件的构建方法，建立永磁电动悬浮系统的三维电磁模型；然后，研究永磁电动悬浮电磁力特性，全面研究分析电磁力随结构参数和电磁参数的变化规律；最后，对电磁力的理论计算结果进行了仿真和试验验证，为永磁电动悬浮系统的设计提供参考依据。

1　永磁电动悬浮系统模型

在文献[23]关于永磁电动悬浮系统的二维电磁场模型的假设中，磁场不含垂直纸面方向的分量，涡流不含平行纸面的分量，具有一定局限性。为了更加准确地分析电磁场与结构参数、电磁参数的关系，本文开展三维电磁场建模研究。建立三维电磁模型的技术难点在于如何处理导体板横向端部断面的边界条件，一般情况下，导体板横向端部断面处电磁场物理量的零边界条件难以得到满足，本文采用系统横向延拓解决了这个问题。

1.1　系统延拓

本文研究的永磁电动悬浮系统采用“Halbach 永磁阵列–导体板”结构，永磁阵列在导体板正上方，以相

对导体板的速度v沿着z轴正方向运动，充磁方向如图1所示。永磁阵列的波长、宽和高分别假设为λ, w, d；导体板的宽和厚度分别为W, h。将系统沿x方向进行延拓，则相邻2排永磁阵列的充磁方向恰好相反。由于结构对称，导体板中的感应涡流分别位于平面Γ_1和Γ_2内，只存在y方向和z方向的分量，这意味着磁感线的方向垂直于这2个表面。由于结构对称，空气域和源磁场域在这2个平面上的标量磁位相等，延拓后的系统在x=0和x=W处的磁感线分别垂直于平面Γ_1和Γ_2，与原系统导体板域的边界条件一致；在x=0和x=W处，由于标量磁位的相对性，这2个平面可设定标量磁位为0。

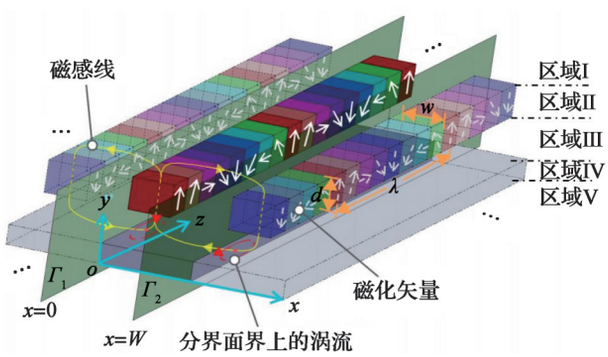

图1 永磁电动悬浮系统结构延拓示意图

Fig. 1 Schematic diagram of structural continuation of permanent magnet electrodynamic levitation system

对于一组非理想Halbach永磁阵列，经x方向的延拓，可将永磁阵列磁化强度$\boldsymbol{M}_0$在y方向和z方向的分量分别记作$M_{0,y}(x,z,t)$和$M_{0,z}(x,z,t)$。令ω=kv=2πv/λ，则Halbach永磁阵列沿着x方向延拓后在1个周期上的磁化强度分量$M_{0,y}(x,z,t)$, $M_{0,z}(x,z,t)$分别为

$$M_{0,y}(x,z,t)=\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{r=1}^{+\infty}\left(m_{y_n,r}\sin\frac{r\pi x}{W}\cos(nkz-n\omega t)\right) \quad (1)$$

$$M_{0,z}(x,z,t)=\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{r=1}^{+\infty}\left(m_{z_n,r}\sin\frac{r\pi x}{W}\sin(nkz-n\omega t)\right) \quad (2)$$

式中：r, n为正整数；k为空间角频率；ω为角频率；$m_{y_n,r}, m_{z_n,r}$为傅里叶级数展开系数。

其中

$$m_{y_n,r}=\frac{16\varepsilon_n B_{\mathrm{r}}}{\mu_0\pi^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\sin\frac{r\pi}{2}\cdot\sin\left(\frac{r\pi}{2}\cdot\frac{w}{W}\right)$$

$$m_{z_n,r}=\frac{16\gamma_n B_{\mathrm{r}}}{\mu_0\pi^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\sin\frac{r\pi}{2}\cdot\sin\left(\frac{r\pi}{2}\cdot\frac{w}{W}\right)$$

$$\varepsilon_n=\frac{1}{n}\sin\left(\frac{n\pi}{M}\left(\frac{1}{2}+\sum_{p=0}^{\frac{M}{2}-2}\left(\cos\frac{2(p+1)\pi}{M}\cdot\cos\frac{2n(p+1)\pi}{M}\right)+\frac{(-1)^{n+1}}{2}\right)\right)$$

$$\gamma_n=\frac{1}{n}\sin\left(\frac{n\pi}{M}\sum_{p=0}^{\frac{M}{2}-2}\left(\sin\frac{2(p+1)\pi}{M}\cdot\sin\frac{2n(p+1)\pi}{M}\right)\right)$$

式中：B_{r}为Halbach永磁阵列剩磁磁感应强度；M为单位波长永磁体的个数；p为整数。

通过延拓，永磁电动悬浮系统可划分为3种求解域：空气域、源磁场域和涡流场域。不同的求解域可采用相应的电磁场控制方程描述。永磁阵列上部的区域Ⅰ属于空气域，永磁阵列所在的区域Ⅱ为源磁场域、悬浮气隙区域Ⅲ属于空气域，导体板区域Ⅳ属于涡流场域，导体板下方区域Ⅴ属于空气域。

1.2 各求解域的控制方程及边界条件

对于区域Ⅰ、区域Ⅱ、区域Ⅲ、区域Ⅴ由于不存在自由电流，因此可采用矢量磁位或标量磁位描述。为了简便起见，采用标量磁位描述；同时，由于区域Ⅳ存在自由电流，考虑采用矢量磁位进行描述。因此，各个区域的控制方程分别为：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\varphi_i(x,y,z,t)=\begin{cases}0, & i=\mathrm{Ⅰ},\mathrm{Ⅲ},\mathrm{Ⅴ}\\ \nabla\cdot\boldsymbol{M}_0, & i=\mathrm{Ⅱ}\end{cases} \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\mu\sigma\frac{\partial}{\partial t}\right)A_{\mathrm{Ⅳ}_o}(x,y,z,t)=0,\quad o=x,y,z \quad (4)$$

式中：μ为导体板相对磁导率；σ为导体板电导率；$\nabla\cdot$为散度符号；$\varphi_i(x,y,z,t)$为标量磁位；$A_{\mathrm{Ⅳ}_o}(x,y,z,t)$为所在区域的矢量磁位$\boldsymbol{A}_{\mathrm{Ⅳ}}$在$o$（$o$=$x, y, z$）方向的分量。

在x=0和x=W处，区域Ⅰ、区域Ⅱ、区域Ⅲ、区域Ⅴ内标量磁位均为0，即

$$\varphi_i(0,y)=\varphi_i(W,y)=0,\quad i=\mathrm{Ⅰ},\mathrm{Ⅱ},\mathrm{Ⅲ},\mathrm{Ⅴ} \quad (5)$$

在x=0和x=W处，电流在导体板表面的法向分量为0，即

$$A_{\mathrm{Ⅳ}_x}(0,y)=A_{\mathrm{Ⅳ}_x}(W,y)=0 \quad (6)$$

根据对称性和周期性，可知

$$A_{\mathrm{Ⅳ}_y}\left(-\frac{W}{2},y\right)=A_{\mathrm{Ⅳ}_y}\left(\frac{W}{2},y\right)=0 \quad (7)$$

$$A_{\mathrm{Ⅳ}_z}\left(-\frac{W}{2},y\right)=A_{\mathrm{Ⅳ}_z}\left(\frac{W}{2},y\right)=0 \quad (8)$$

在导体板的上表面和下表面，感应涡流的法向分量均为0，即

$$A_{\mathrm{Ⅳ}_y}(x,0)=A_{\mathrm{Ⅳ}_y}(x,-h)=0 \quad (9)$$

对矢量磁位施加库仑规范型，可得

$$\nabla\cdot A_{\mathrm{Ⅳ}}(x,y_1,z,t)=\frac{\partial A_{\mathrm{Ⅳ}_x}}{\partial x}+\frac{\partial A_{\mathrm{Ⅳ}_y}}{\partial y}+\frac{\partial A_{\mathrm{Ⅳ}_z}}{\partial z}=0 \quad (10)$$

在空气域，无穷远处的磁场强度为0，因此标量磁位为0；由于在永磁阵列外表面与空气交界处不存在自由电流，因此磁感应强度的法向分量连续，磁场强度的切向分量连续；同时，导体板的外表面不存在自由

电流，则在空气与导体板交界处磁感应强度是连续的。因此，可得到各求解域的边界条件为：

$$H_{\mathrm{I}_x}(x,+\infty,z,t)=H_{\mathrm{I}_y}(x,+\infty,z,t)=H_{\mathrm{I}_z}(x,+\infty,z,t)=0 \tag{11}$$

$$H_{\mathrm{I}_y}(x,y_1+d,z,t)=H_{\mathrm{II}_x}(x,y_1+d,z,t)+M_y \tag{12}$$

$$H_{\mathrm{I}_z}(x,y_1+d,z,t)=H_{\mathrm{II}_z}(x,y_1+d,z,t) \tag{13}$$

$$H_{\mathrm{II}_y}(x,y_1+d,z,t)+M_y=H_{\mathrm{III}_y}(x,y_1+d,z,t) \tag{14}$$

$$H_{\mathrm{II}_z}(x,y_1+d,z,t)=H_{\mathrm{III}_z}(x,y_1+d,z,t) \tag{15}$$

$$B_{\mathrm{III}_x}(x,0,z,t)=B_{\mathrm{IV}_x}(x,0,z,t) \tag{16}$$

$$H_{\mathrm{III}_y}(x,0,z,t)=H_{\mathrm{IV}_y}(x,0,z,t) \tag{17}$$

$$B_{\mathrm{IV}_x}(x,-h,z,t)=B_{\mathrm{V}_x}(x,-h,z,t) \tag{18}$$

$$B_{\mathrm{IV}_y}(x,-h,z,t)=B_{\mathrm{V}_y}(x,-h,z,t) \tag{19}$$

$$H_{\mathrm{V}_x}(x,-\infty,z,t)=H_{\mathrm{V}_y}(x,-\infty,z,t)=H_{\mathrm{V}_z}(x,-\infty,z,t)=0 \tag{20}$$

式中：H_{i_o}, B_{i-o}分别为所在区域的磁场强度$\boldsymbol{H}_i$和磁感应强度$\boldsymbol{B}_i$（$i=\mathrm{Ⅰ},\mathrm{Ⅱ},\mathrm{Ⅲ},\mathrm{Ⅳ},\mathrm{Ⅴ}$；$o=x, y, z$）在$o$方向的分量。

根据$\boldsymbol{H}_i(x,y,z,t)=-\varphi_i(x,y,z,t)$和$\boldsymbol{B}_i(x,y,z,t)=\nabla\times\boldsymbol{A}_i(x,y,z,t)$（$i=\mathrm{Ⅰ},\mathrm{Ⅱ},\mathrm{Ⅲ},\mathrm{Ⅳ},\mathrm{Ⅴ}$），联立式(1)~式(20)，即可求解各个区域的控制方程。

1.3　电磁力的求解

导体板中的感应电场分布为：

$$E_{\mathrm{IV}_x}(x,y,z,t)=-\frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{IV}_x}(x,y,z,t)}{\mathrm{d}t} \tag{21}$$

$$E_{\mathrm{IV}_y}(x,y,z,t)=-\frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{IV}_y}(x,y,z,t)}{\mathrm{d}t}=0 \tag{22}$$

$$E_{\mathrm{IV}_z}(x,y,z,t)=-\frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{IV}_z}(x,y,z,t)}{\mathrm{d}t} \tag{23}$$

式中：E_{IV_x}, E_{IV_y}, E_{IV_z}分别为区域Ⅳ感应电场$\boldsymbol{E}_{\mathrm{IV}}$在$x$, y, z方向上的分量。

导体板中的磁感应强度分布为：

$$B_{\mathrm{IV}_x}(x,y,z,t)=\frac{\partial A_{\mathrm{IV}_z}(x,y,z,t)}{\partial y}-\frac{\partial A_{\mathrm{IV}_y}(x,y,z,t)}{\partial z} \tag{24}$$

$$B_{\mathrm{IV}_y}(x,y,z,t)=\frac{\partial A_{\mathrm{IV}_x}(x,y,z,t)}{\partial z}-\frac{\partial A_{\mathrm{IV}_z}(x,y,z,t)}{\partial x} \tag{25}$$

$$B_{\mathrm{IV}_z}(x,y,z,t)=\frac{\partial A_{\mathrm{IV}_y}(x,y,z,t)}{\partial x}-\frac{\partial A_{\mathrm{IV}_x}(x,y,z,t)}{\partial y} \tag{26}$$

式中：B_{IV_x}, B_{IV_y}, B_{IV_z}分别为区域Ⅳ感应电场$\boldsymbol{B}_{\mathrm{IV}}$在$x$, y, z方向上的分量。

当永磁阵列的长度为l时，悬浮力和磁阻力分别为：

$$F_{\mathrm{L}}=\frac{-\sigma l}{T}\sum_{n=1}^{+\infty}\int_0^T\int_{-h}^0\int_0^W\Big(E_{\mathrm{IV}_z}(x,y,z,t)B_{\mathrm{IV}_x}(x,y,z,t)-E_{\mathrm{IV}_x}(x,y,z,t)B_{\mathrm{IV}_z}(x,y,z,t)\Big)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{27}$$

$$F_{\mathrm{D}}=\frac{l}{T}\sum_{n=1}^{+\infty}\int_0^T\int_{-h}^0\int_0^W\sigma E_{\mathrm{IV}_x}(x,y,z,t)B_{\mathrm{IV}_y}(x,y,z,t)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{28}$$

式中：T为空间磁场的变化周期。

2　电磁力特性分析

为了简便起见，本文将电磁参数和结构参数统称为特征参数，根据式(27)和式(28)，采用控制变量法，依次研究各个特征参量对电磁力的影响。当研究某一特征参量对电磁力的影响时，其他特征参数取值如表1所示。此外，在通常情况下，本章所考虑的轨道材料均为铝，其电导率为3.82×10^7 S/m。

表1　各特征参量的参考值

Table 1　Reference values of characteristic parameters

特征参数	参数值	特征参数	参数值
B_{r}	1.45	h/mm	20
M	8	W/m	0.50
λ/m	0.15	y_1/m	15
w/m	0.15	v/(m·s^{-1})	300
d/mm	20		

2.1　悬浮力特性

悬浮力体现了电动悬浮系统的负载能力，它随速度、悬浮间隙、永磁阵列和导体板的结构尺寸、材料的变化而改变，根据表1的相关特征参数，下面分别探讨悬浮力与各个特征参数之间的关系。

① 悬浮力随速度的变化规律如图2所示。由图2可知，随着速度的增加悬浮力均是先迅速增加然后趋于稳定。当速度大于80 m/s时，悬浮力不再显著增加；同时，在超高速速度段（200 ~ 300 m/s），悬浮力变化很小。因此，当永磁电动悬浮系统在较高速度段运行时，速度的波动对系统的影响较小，这对悬浮稳定是有利的。

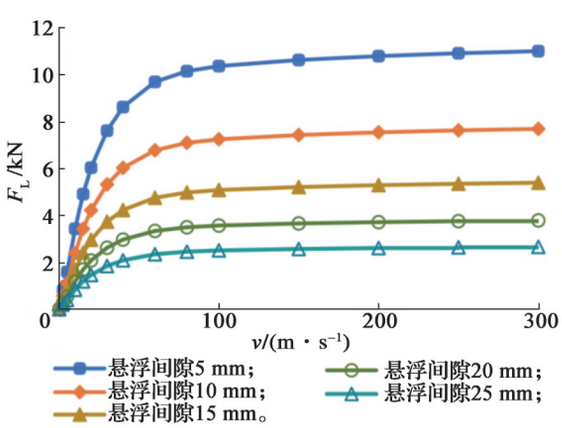

图2　悬浮力随速度的变化规律

Fig. 2　Change rules of levitation force with speed

② 当永磁电动悬浮系统速度分别为100 m/s, 150 m/s, 200 m/s, 250 m/s, 300 m/s时，悬浮力随悬浮间隙的变化规律如图3所示。由图3可知，悬浮力随悬浮间隙的增大呈指数函数下降的规律，并且多条悬浮力曲线非常接近；悬浮力随着悬浮间隙的增大，下降的速度逐步变慢，但整体上下降速度较为明显。由此可知，过大的悬浮间隙对永磁电动悬浮系统是不利的。

③ 悬浮力随单位波长永磁体个数的变化规律如图4所示。由图4可知，悬浮力随单位波长永磁体个数的

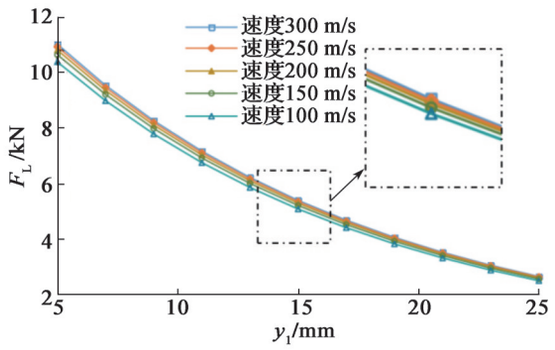

图3 悬浮力随悬浮间隙的变化规律

Fig. 3 Change rules of levitation force with gap

增加先迅速上升，然后缓慢上升，即相邻2个永磁体充磁角度差越小，悬浮力越大。当单位波长永磁体个数为8时，悬浮力的增速显著变缓。考虑到加工成本，相邻2个永磁体充磁角度差为π/4较为合适。随着速度的增大，悬浮力曲线越来越接近，在超高速段，悬浮力的值差别较小。因此，考虑永磁体加工成本，适合选择充磁角度差为π/4的永磁阵列结构。

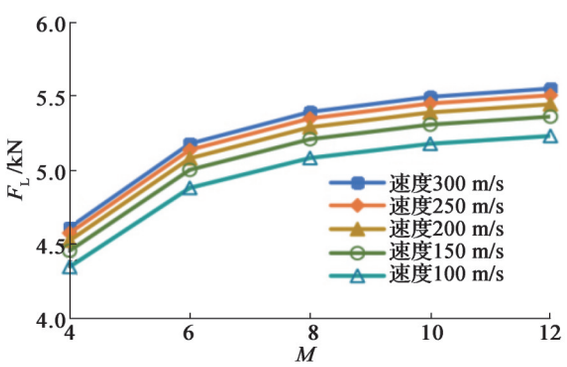

图4 悬浮力随单位波长永磁体个数的变化规律

Fig. 4 Change rules of levitation force with number of permanent magnets per wavelength

④ 当永磁阵列波长在0.05~0.50 m时，永磁阵列受到的悬浮力随永磁阵列波长的变化规律如图5所示。由图5可知，当永磁阵列的波长小于0.20 m时，悬浮力随永磁阵列波长的增加呈线性增加；当永磁阵列的波长继续增大，悬浮系统速度在150~300 m/s内悬浮力增加缓慢，而悬浮系统速度为100 m/s时悬浮力有略微下降

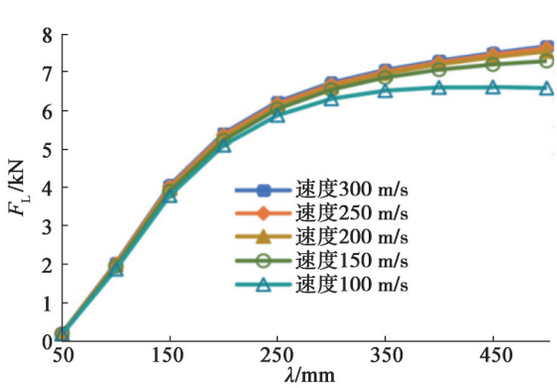

图5 悬浮力随波长的变化规律

Fig. 5 Change rules of levitation force with wavelength

的趋势。因此，在超高速永磁电动悬浮系统中，永磁阵列波长越大对提升悬浮力越有利。

⑤ 悬浮力随永磁阵列宽度的变化规律如图6所示。由图6可知，整体上悬浮力随永磁阵列宽度的增加而增加；当永磁阵列的宽度等于导体的宽度时悬浮力达到最大；当永磁阵列宽度为0~180 mm时，悬浮力随永磁阵列宽度的增加近似线性增加；永磁阵列的宽度继续增大到与导体板同宽时，悬浮力增加速度放缓。因此，提高单位长度悬浮力的一个有效的方法就是增加永磁阵列的宽度。

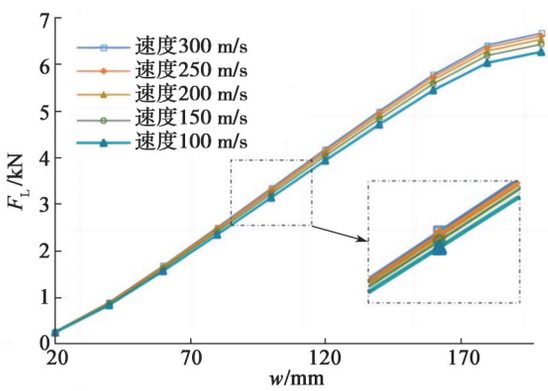

图6 悬浮力随永磁阵列宽度的变化规律

Fig. 6 Change rules of levitation force with width of the Halbach array

⑥ 悬浮力随永磁阵列厚度的变化情况如图7所示。由图7可知，当永磁阵列厚度从5 mm增加至50 mm时，悬浮力可近似认为是呈线性增加的趋势。因此，可考虑增加永磁阵列的厚度来提高悬浮力，但厚度并不能提高永磁材料的利用率。此外，当悬浮系统速度在100~300 m/s变化时，悬浮系统速度对悬浮力的变化影响较小。

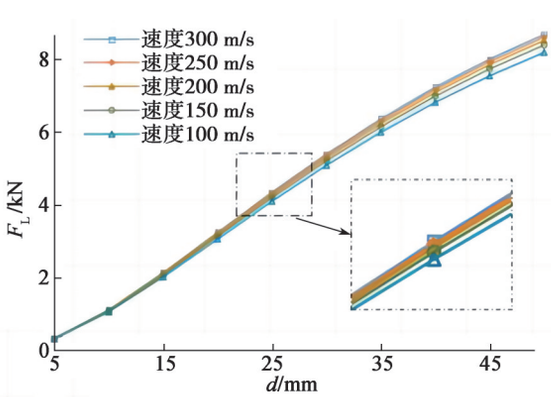

图7 悬浮力随永磁阵列厚度的变化规律

Fig. 7 Change rules of levitation force with thickness of the Halbach array

⑦ 在不同的悬浮系统速度下，悬浮力随导体板宽度的变化规律如图8所示。由图8可知，当导体板宽度逐渐增大时，悬浮力先迅速增大，然后基本保持不变。悬浮力的这种特性，意味着导体板在设计时，并不是越宽越好，而是当导体板宽度略大于永磁阵列宽度时，永磁电动悬浮系统承载能力即可达到饱和，避免导轨

材料的浪费，这具有重要的工程价值。

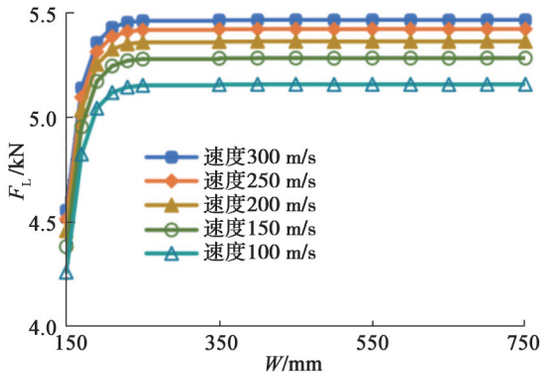

图 8　悬浮力随导体板宽度的变化规律

Fig. 8　Change rules of levitation force with width of conductor plate

⑧ 悬浮力随导体板厚度的变化情况如图 9 所示。由图 9 可知，悬浮力随着导体板厚度的增加先迅速增加，然后减少，最后基本保持不变。这是由于导体板厚度较薄时，涡流集中分布在极窄的空间内，容易达到饱和，导致悬浮力较小；随着导体板厚度的增加，由于涡流在空间上饱和程度逐渐降低，当导体板上表面和下表面涡流的叠加效应最强时，悬浮力增至最大；随着导体板厚度增加，会导致导体板上表面、下表面涡流层距离加大，下表面涡流层产生的作用越来越小，最终悬浮力主要由导体板上表面的涡流作用产生且基本保持稳定。当悬浮速度分别为 100 m/s, 150 m/s, 200 m/s, 250 m/s, 300 m/s 时，导体板厚度的最佳取值分别为 3 mm, 2 mm, 2 mm, 1 mm, 1 mm，而集肤深度按 $\sqrt{2/(\mu\sigma kv)}$ 计算，分别为 3.6 mm, 3.0 mm, 2.6 mm, 2.3 mm, 2.1 mm。导体板的最佳厚度与集肤深度有一定差异，但最佳厚度总是在集肤深度附近。由此可见，导体板的厚度并不是越厚越好，在工程上初步进行轨道厚度设计时可考虑选取集肤深度数值。

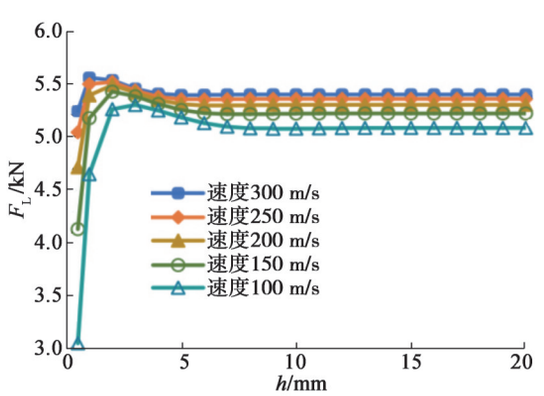

图 9　悬浮力随导体板厚度的变化规律

Fig. 9　Change rules of levitation force with thickness of conductor plate

⑨ 钕铁硼剩磁的变化范围为 1.0~1.5 T，在此范围内，研究悬浮力随钕铁硼剩磁的变化规律，具体如图 10 所示。由图 10 可知，悬浮力随着永磁体剩磁的增大而单调递增，悬浮力的大小与剩磁的平方成正比。因此，选用高剩磁的永磁材料时，系统负载能力会显著增强。

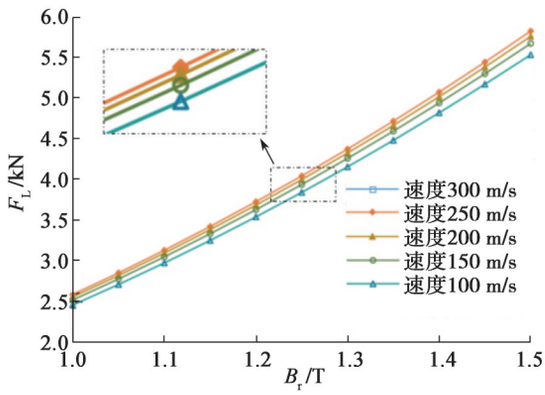

图 10　悬浮力随剩磁的变化规律

Fig. 10　Change rules of levitation force with remanence

⑩ 考虑 304 去磁不锈钢（电导率为 1.0×10^6 S/m）、铝（电导率为 3.8×10^7 S/m）、铜（电导率为 5.7×10^7 S/m）、银（电导率为 6.3×10^7 S/m）、锌（电导率为 1.7×10^7 S/m）5 种不同材质的导体板对悬浮力的影响，悬浮力的变化情况如图 11 所示。由图 11 可知，随着材料磁导率的增大，悬浮力也逐渐增大；304 去磁不锈钢由于电导率较低，产生的悬浮力较小，而对于其余材料，随着电导率的增加，速度临界点的值在不断减小，且在 200~300 m/s 速度段悬浮力的值较为接近。由于铝制导体板成本较低，在超高速阶段与更高电导率的材料产生的悬浮力比较接近，所以选用铝制导体板具有更高的性价比。

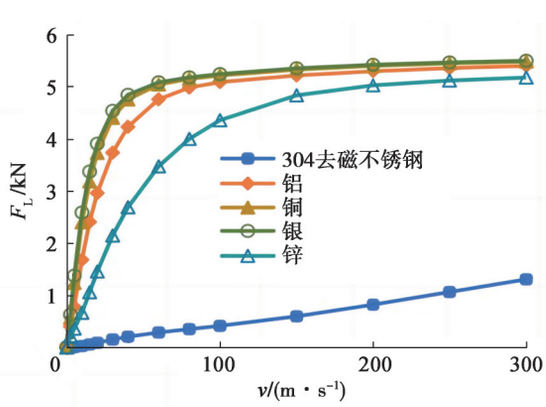

图 11　悬浮力随导体板材料的变化规律

Fig. 11　Change rules of levitation force with material of conductor plate

2.2　磁阻力特性

磁阻力直接影响电动悬浮系统的功耗，它同样随速度、悬浮间隙、永磁阵列和导体板的结构尺寸、材料的变化而改变，下面分别探讨磁阻力与各个特征参数之间的关系。

① 磁阻力随速度的变化规律如图 12 所示。由图 12

可知，随着速度的增加，磁阻力先迅速增加，当速度为 5 m/s 时，磁阻力达到峰值，而当速度处于 5~60 m/s 时快速下降，当速度继续增大时，磁阻力下降速度明显变缓，并且悬浮间隙对此没有影响。由此可知，永磁电动悬浮牵引系统需要克服低速阶段磁阻力较大的问题；在速度较高时，由于永磁电动悬浮系统磁阻力较小的特性，使得永磁电动悬浮系统特别适合运用于高速、超高速运载领域。

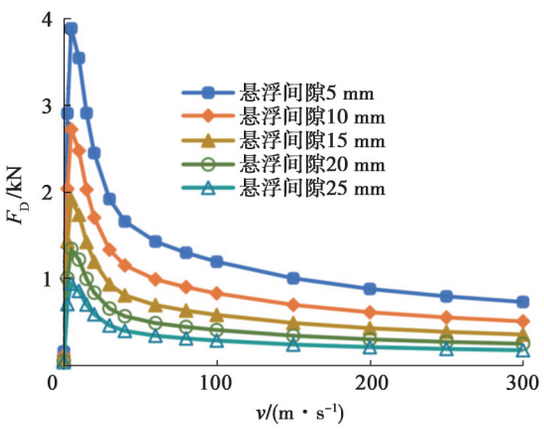

图 12　磁阻力随速度的变化规律

Fig. 12　Change rules of drag force with speed

② 磁阻力随悬浮间隙的变化规律如图 13 所示。由图 13 可知，磁阻力随悬浮间隙的增大呈指数函数下降，并且磁阻力曲线在悬浮间隙较小时差距比较明显；当悬浮间隙比较大时，磁阻力相互之间非常接近；悬浮力随着悬浮间隙的增大，下降的速度逐步变慢，但整体上下降较明显。由此可知，较大的悬浮间隙对降低永磁电动悬浮系统磁阻力的作用是较为明显的，但是过大的悬浮间隙会导致悬浮力显著降低。因此，悬浮间隙的设计需要综合考虑对悬浮力和磁阻力的影响。

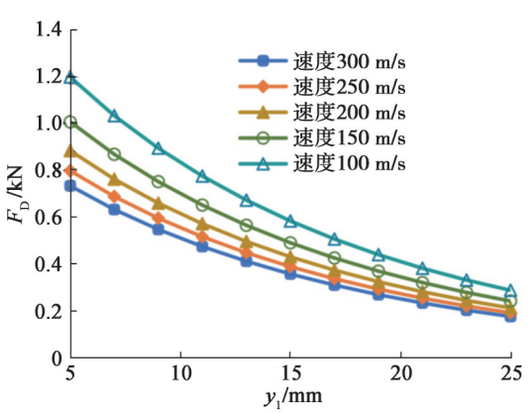

图 13　磁阻力随悬浮间隙的变化规律

Fig. 13　Change rules of drag force with gap

③ 磁阻力随单位波长永磁体个数的变化规律如图 14 所示。由图 14 可知，磁阻力随单位波长永磁体个数的增加先迅速上升，然后缓慢上升；当相邻 2 个永磁体充磁角度差较大时，能够有效减少磁阻力，而此时却不利于提高悬浮力。因此，在设计永磁电动悬浮系统时，应综合考虑单位波长永磁体个数对悬浮力和磁阻力的作用。

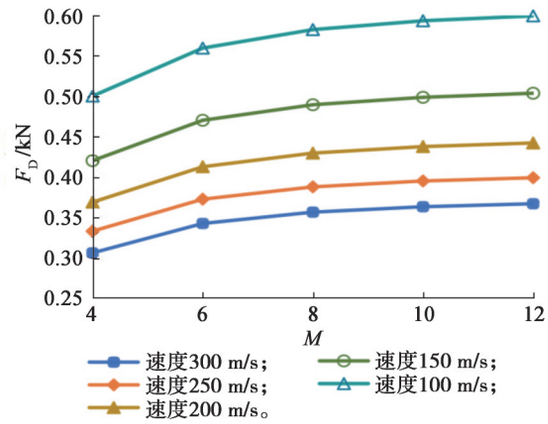

图 14　磁阻力随单位波长永磁体个数的变化规律

Fig. 14　Change rules of drag force with number of permanent magnets per wavelength

④ 磁阻力随永磁阵列波长的变化规律如图 15 所示。由图 15 可知，从整体上看，磁阻力随着永磁阵列波长的增加先迅速增加，然后缓慢下降；当永磁阵列的波长在 0.05~0.15 m 变化时，磁阻力与永磁阵列波长近似呈线性关系；当波长为 250 mm 时，磁阻力达到最大值。因此，永磁阵列波长的设计应尽量避开极大值点。

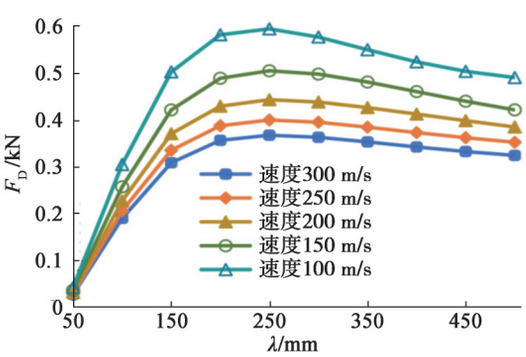

图 15　磁阻力随波长的变化规律

Fig. 15　Change rules of drag force with wavelength

⑤ 磁阻力随永磁阵列宽度的变化规律如图 16 所示。由图 16 可知，磁阻力随永磁阵列宽度的增加而增加；当永磁阵列的宽度等于导体的宽度时，磁阻力达到最大；当永磁阵列宽度为 0~180 mm 时，磁阻力随永磁阵列宽度的增加近似线性增加；当永磁阵列宽度与导体板宽度接近时，磁阻力增加趋势放缓，这与悬浮力随永磁阵列宽度的变化规律相似。因此，永磁阵列宽度的增加会同时引起悬浮力与磁阻力的增加。一般情况，可采用浮阻比来衡量导体板宽度的改变对悬浮力和磁阻力的综合影响。

⑥ 在不同的悬浮系统速度下，磁阻力随永磁阵列厚度的变化情况如图 17 所示。由图 17 可知，磁阻力的整体变化趋势一致；当永磁阵列厚度从 5 mm 增加至 50 mm 时，磁阻力可近似认为是线性增加的。因此，永磁阵列厚度对磁阻力的影响较显著，可考虑通过减

少永磁阵列的厚度来降低磁阻力，但厚度的减少必然会引起悬浮力的降低。由此可见，在进行永磁阵列厚度设计时，应综合考虑永磁阵列厚度对悬浮力和磁阻力的影响。

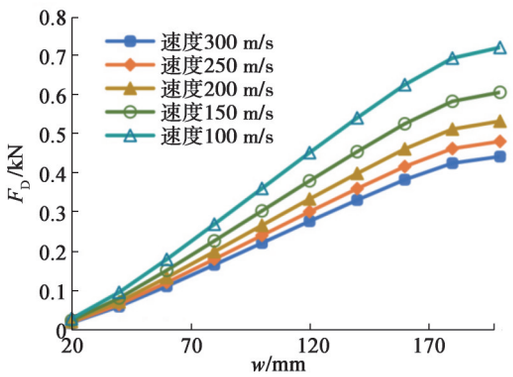

图 16　磁阻力随永磁阵列宽度的变化规律

Fig. 16　Change rules of drag force with width of the Halbach array

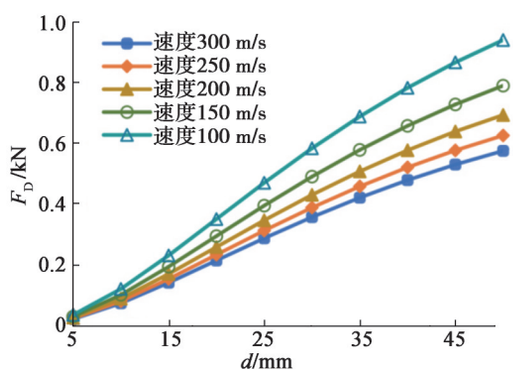

图 17　磁阻力随永磁阵列厚度的变化规律

Fig. 17　Change rules of drag force with thickness of the Halbach array

⑦ 磁阻力随导体板宽度的变化情况如图 18 所示。由图 18 可知，当导体板宽度逐渐增大时，磁阻力先迅速增大，然后基本保持不变。磁阻力的这种特性，意味着在进行导体板设计时，导体板宽度等于永磁阵列宽度时较为合适。与悬浮力的特性比较类似，考虑到导体板宽度等于永磁阵列宽度时，悬浮力并不能达到最大，因此需要综合考虑导体板宽度的设计对悬浮力和磁阻力的影响。

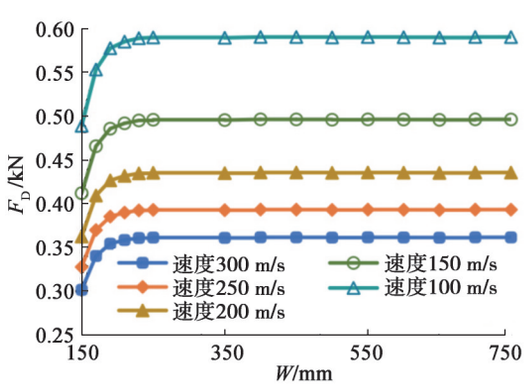

图 18　磁阻力随导体板宽度的变化规律

Fig. 18　Change rules of drag force with width of conductor plate

⑧ 磁阻力随导体板厚度的变化情况如图 19 所示。由图 19 可知，磁阻力随着导体板厚度的增加先迅速降低，然后有小幅度波动，最后基本保持不变。当悬浮系统速度分别为 100 m/s, 150 m/s, 200 m/s, 250 m/s, 300 m/s，导体板厚度分别为 6 mm, 5 mm, 4 mm, 4 mm, 4 mm 时，磁阻力分别达到最小值。考虑到悬浮力和磁阻力达到最值时，导体板厚度的最优值有较大差异，故在进行导体板设计时应兼顾导体板厚度对悬浮力和磁阻力的影响。

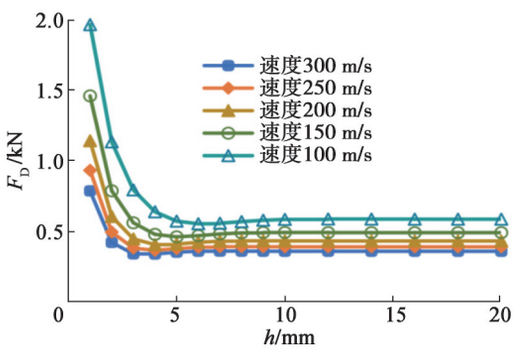

图 19　磁阻力随导体板厚度的变化规律

Fig. 19　Change rules of drag force with thickness of conductor plate

⑨ 剩磁的变化范围为 1.0~1.5 T，在此范围内，研究磁阻力随钕铁硼剩磁的变化规律，具体如图 20 所示。由图 20 可知，磁阻力随着永磁体剩磁的增大而单调递增，磁阻力的大小大体上与剩磁的平方成正比。因此，选用高剩磁的永磁材料时，在悬浮力增加的同时磁阻力也增加。但为了提高永磁电动悬浮系统的承载能力，一般选用剩磁高的永磁材料。

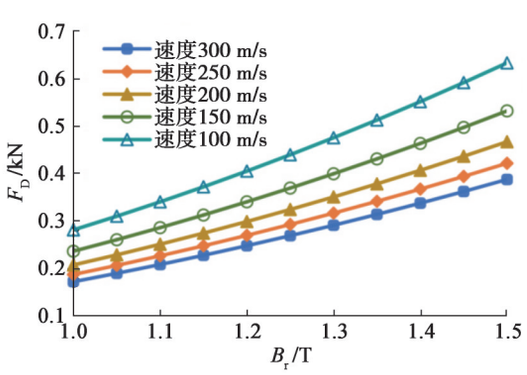

图 20　磁阻力随剩磁的变化规律

Fig. 20　Change rules of drag force with remanence

⑩ 考虑 304 去磁不锈钢、铝、铜、银、锌 5 种不同材质的导体板对磁阻力的影响，磁阻力的变化情况如图 21 所示。由图 21 可知，随着材料电导率的增大，磁阻力峰值向左移动；在超高速工况下，采用不锈钢材料使得磁阻力较大，悬浮力较小，因此，不锈钢不适合作为导体板材料；采用铝材料时，磁阻力变化曲线

与更高电导率材料接近，考虑到成本因素，铝材料适合作为导体板的材质。

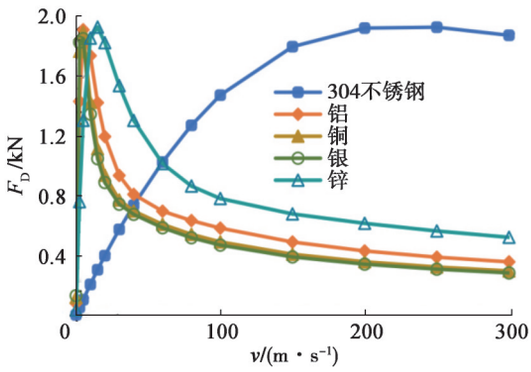

图21　磁阻力随导体板材料的变化规律

Fig. 21　Change rules of drag force with material of conductor plate

综上所述，悬浮力随悬浮系统速度、单位波长永磁体个数、永磁阵列剩磁、宽度、厚度、导体板宽度、磁导率的增加而单调递增，而随悬浮间隙的增加呈显著下降的趋势；在超高速的速度段，悬浮力随永磁阵列的波长的增加而单调增加；当导体板的厚度较小时，悬浮力取得最大值。磁阻力随单位波长永磁体个数、永磁阵列剩磁、宽度、厚度和导体板宽度的增加而单调递增；磁阻力随速度的增加先迅速增加然后下降，当速度较高时，磁阻力较小；磁阻力随永磁阵列波长的增加也呈现先增加然后减少的趋势，当波长较小时磁阻力达到最大值；导体板厚度较小时，磁阻力取得最小值。通过对比悬浮力和磁阻力特性可知，导体板采用铝材料比较合适，导体板厚度不宜过厚。

3　试验验证

利用转盘试验平台，采用“Halbach 永磁阵列–盘式导轨”机构来模拟超高速永磁电动悬浮系统的直线运动，结构如图 22 所示。Halbach 永磁阵列外壳采用铝合金材质，安装于托架上。托架也采用铝合金材料，避免与永磁阵列之间产生吸力。托架与基座采用直线轴承连接，拉压力传感器 1#在竖直方向上能够约束 Halbach 永磁阵列的位移，用于测量悬浮力。Halbach 永磁阵列外壳与托架之间存在滑槽，拉压力传感器 2# 能在水平方向上起到约束作用，用于测量磁阻力。永磁体的材料为 N40，剩磁强度为 1.2 T；永磁阵列的波长（λ）为 120 mm，宽（w）为 40 mm，高（d）为 24 mm；相邻 2 个永磁体之间的角度差为 $\pi/4$，永磁体之间的磁化角度沿顺时针依次递减。为了形成完整的磁路，采用了 17 块永磁体；铝制转盘半径为 0.35 m，厚度为 30 mm，与永磁阵列之间的气隙宽度为 28 mm。立式电机带动铝盘转动，由于电机功率限制，该转台的最大线速度为 60 m/s。

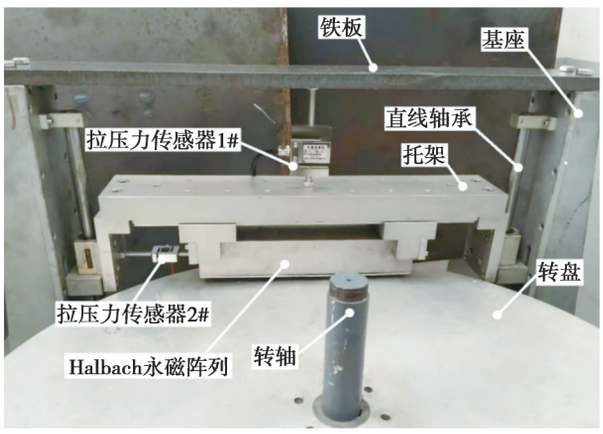

图22　“Halbach 永磁阵列–铝盘”式电动悬浮试验平台

Fig. 22　"Halbach array—aluminum plate" electrodynamic levitation experimental platform

将电磁力试验曲线与电磁力二维理论计算/仿真曲线、三维理论计算/仿真曲线进行了对比，其中电磁力二维理论计算/仿真曲线依据文献[17]给定的结果进行仿真，试验结果如图 23 所示。考虑到永磁阵列距离转盘边缘为 50 mm，永磁阵列自身宽度为 40 mm，故在进行三维模型电磁力理论计算和仿真计算时，取导体板的等效宽度为 70 mm。由图 23 可知，悬浮力最初随着速度的增加迅速增加，然后在速度较高时增加比较缓慢；阻力最初随着速度的增加快速增加，然后随着速度的增加缓慢减小。二维电磁力理论计算值与二维仿真值较为接近，误差不超过 11%，但两者与试验值的误差均超过 60%，这是由二维模型假设的局限性造成的。三维电磁力理论值/仿真值和试验值都比较接近，误差降低 35% 以上，但仍然存在一定的误差。究其原因，一方面是因为三维理论模型忽略了纵向和横向端部效应对电磁力计算的影响；另一方面是因为转盘内的涡流并不都是集中在永磁阵列下方，而是存在一部分沿着径向向盘心扩散，与实际直线轨道内涡流的对

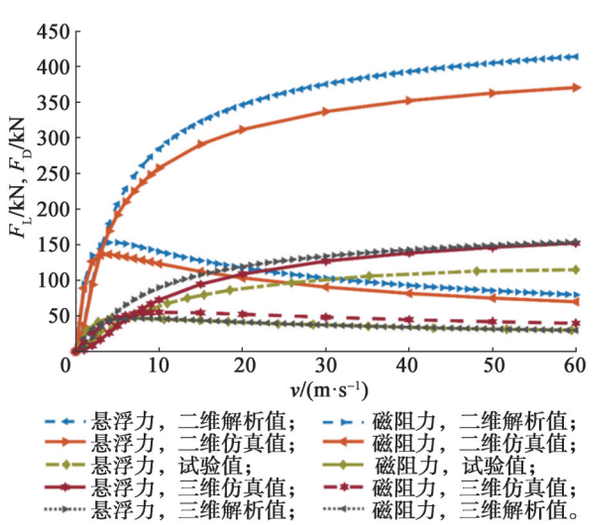

图23　电磁力的试验值与理论解析值、仿真值的对比图

Fig. 23　Comparison of electromagnetic force among theoretical analysis, simulation, and experiment results

称分布的情况是不同的。为了使涡流集中在永磁阵列正下方，在铝盘的设计上可考虑采用环状结构或凸缘式结构来模拟直线铝板导轨，提高试验平台与实际情况的接近程度。根据试验可以看出，二维理论计算/仿真曲线、三维理论计算/仿真曲线和试验曲线具有较好的一致性，这说明了三维电磁力模型计算表达式的正确性。由于试验中使用的永磁阵列宽度较小，导致二维理论模型与实际情况有较大的差异。因此，在工程应用中，当永磁阵列宽度较小时，采用三维理论模型对电磁力进行估算更为准确。

4　结论

本文通过对永磁电动悬浮系统进行系统延拓和电磁场控制方程、边界条件的建立，构建了三维电磁模型，阐述了电磁力的理论求解方法。在此基础上开展了电磁力特性的研究，明确了悬浮力和磁阻力随结构参数和电磁参数全面的变化规律，并对理论计算值、仿真计算值和试验值进行了对比分析，得出以下结论：

① 通过系统延拓，得到了与原系统特征高度一致的系统，实现了导体板横向端部断面处电磁场磁位的零边界条件。

② 明确了电磁力随各个特征参数的变化规律，能够为电动悬浮系统参数的初步设计提供参考。

③ 通过试验验证了所建三维电磁模型的正确性，指出了当永磁阵列宽度较小时，三维模型在求解精度上明显高于二维模型的特点。

参考文献：

[1] 陈殷, 李耀华. 一种用于真空管道高速磁浮的涡流制动装置分析与设计[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(5): 1683-1694.
CHEN Yin, LI Yaohua. Analyzing and designing a new kind of eddy current braking device used in high speed maglev in vacuum pipeline[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(5): 1683-1694.

[2] 邓自刚, 刘宗鑫, 李海涛, 等. 磁悬浮列车发展现状与展望[J]. 西南交通大学学报, 2022, 57(3): 455-474.
DENG Zigang, LIU Zongxin, LI Haitao, et al. Development status and prospect of maglev train[J]. Journal of southwest Jiaotong university, 2022, 57(3): 455-474.

[3] 李云钢, 常文森, 闫宇壮. 美国新型结构磁悬浮交通技术分析与比较[J]. 机车电传动, 2006(3): 6-9.
LI Yungang, CHANG Wensen, YAN Yuzhuang. Analysis and comparison of new maglev transport technology in USA [J]. Electric drive for locomotives, 2006(3): 6-9.

[4] 闫宇壮, 李云钢, 程虎. 电动电磁混合磁浮悬浮稳定性及技术特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(6): 53-56.
YAN Yuzhuang, LI Yungang, CHENG Hu. Analysis of levitation stability and technology characters of EDS and EMS hybrid maglev[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(6): 53-56.

[5] 唐文冰, 肖立业, 王粟, 等. 磁悬浮轨道交通中的磁悬浮导向方式研究综述[J]. 电工电能新技术, 2022, 41(5): 45-60.
TANG Wenbing, XIAO Liye, WANG Su, et al. Summary of research on levitation-guidance modes in maglev rail transportation technology[J]. Advanced technology of electrical engineering and energy, 2022, 41(5): 45-60.

[6] POST R F. Inductrack demonstration model: UCRL-ID-129664[R/OL]. (1998-02-03) [2023-10-21]. https://www.osti.gov/servlets/purl/632505-qkYgX3/webviewable/.

[7] TUNG L S, POST R F, MARTINEZ-FRIAS J. Final progress report for the NASA inductrack model rocket launcher at the lawrence livermore national laboratory[R/OL]. (2001-06-27) [2023-10-21]. https://digital. library. unt. edu/ark:/67531/metadc1411317/m2/1/high_res_d/15013556.pdf.

[8] GUROL H, BALDI R W, JETER P, et al. General atomics urban maglev: moving towards demonstration[R/OL]. (2015-01-15) [2023-10-21]. https://www. researchgate. net/publication/228899461_General_Atomics_Urban_Maglev_Moving_Towards_Demonstration.

[9] CHO H, BAE D K, SUNG H K, et al. Experimental study on the electrodynamic suspension system with HTSC and PM Halbach array magnets[J]. IEEE transactions on applied superconductivity, 2008, 18(2): 808-811.

[10] ÍÑIGUEZ J, RAPOSO V. Numerical simulation of a simple low-speed model for an electrodynamic levitation system based on a Halbach magnet array[J]. Journal of magnetism and magnetic materials, 2010, 322(9/12): 1673-1676.

[11] PAUL S, BIRD J Z. Improved analytic model for eddy current force considering edge-effect of a conductive plate[C]// IEEE. 2016 XXII International Conference on Electrical Machines. Lausanne: IEEE, 2016: 789-795.

[12] PAUL S, BIRD J Z. A 3-D analytic eddy current model for a finite width conductive plate[J]. COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, 2014, 33(1/2): 688-706.

[13] BIRD J, LIPO T A. Characteristics of an electrodynamic wheel using a 2-D steady-state model[J]. IEEE transactions on magnetics, 2007, 43(8): 3395-3405.

[14] 王厚生. 永磁电动式导体板磁悬浮列车轨道结构及相关研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院(电工研究所), 2004.
WANG Housheng. Research on PM DMS conducting sheet maglev guideways construction[D]. Beijing: Institute of Electrical Engineering of the Chinese Academy of Sciences, 2004.

[15] 李春生. 永磁电动式磁悬浮的研究[D]. 北京: 中国科学院电工研究所, 2007.
LI Chunsheng. Study on permanent magnet electrodynamic maglev system[D]. Beijing: Institute of Electrical Engineer-

ing of the Chinese Academy of Sciences, 2007.

[16] 央视网. 世界首个电磁橇设施成功运行[EB/OL]. (2022-10-20) [2023-09-19]. http://www. iee. cas. cn/xwzx/mtsm/2019_187928/202210/t20221031_6542294.html.
CCTV. The world's first electromagnetic sled facility successfully operates[EB/OL]. (2022-10-20) [2023-09-19]. http://www. iee. cas. cn/xwzx/mtsm/2019_187928/202210/t20221031_6542294.html.

[17] CHEN Yin, ZHANG Wenlong, BIRD J Z, et al. A 3-D analytic-based model of a null-flux Halbach array electrodynamic suspension device[J]. IEEE transactions on magnetics, 2015, 51(11): 1-5.

[18] 段家珩. 永磁板式电动悬浮边端效应及三维电磁力特性的研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.
DUAN Jiahang. Characteristic investigation of transverse end effects and electromagnetic forces generated by PM electrodynamic suspension system[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021.

[19] 罗成. 永磁电磁混合Halbach阵列电动悬浮特性及稳定控制研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.
LUO Cheng. Research on the characteristic and stability control of permanent magent and electromagnetic hybrid Halbach array electrodynamic suspension[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021.

[20] 巫川, 李冠醇, 王东. 永磁电动悬浮系统三维解析建模与电磁力优化分析[J]. 电工技术学报, 2021, 36(5): 924-934.
WU Chuan, LI Guanchun, WANG Dong. 3-D analytical modeling and electromagnetic force optimization of permanent magnet electrodynamic suspension system[J]. Transactions of China electrotechnical society, 2021, 36(5): 924-934.

[21] 石洪富, 邓自刚, 黄欢, 等. 零磁通线圈式永磁电动悬浮设计及特性研究[J]. 西南交通大学学报, 2023, 58(4): 853-862.
SHI Hongfu, DENG Zigang, HUANG Huan, et al. Design and characteristics of null-flux permanent magnet electrodynamic suspension system[J]. Journal of southwest Jiaotong university, 2023, 58(4): 853-862.

[22] 贺光. 基于Halbach结构的永磁电动与电磁混合悬浮技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
HE Guang. Research on permanent-magnet EDS & EMS hybrid suspension system based on Halbach structure[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010.

[23] HU Yongpan, LONG Zhiqiang, ZENG Jiewei, et al. Analytical optimization of electrodynamic suspension for ultrahigh-speed ground transportation[J]. IEEE transactions on magnetics, 2021, 57(8): 1-11.

收稿日期：2023-01-07
修回日期：2023-10-26