DOI：10.13890/j.issn.1000-128X.2023.03.015　　文章编号：1000-128X(2023)03-0117-07

基于迭代诱导遗传算法的列车自适应节能策略研究

梅文庆，史　可，张征方
（株洲中车时代电气股份有限公司，湖南 株洲　412001）

摘　要：针对既有列车节能策略未合理考虑复杂操纵特性约束和动态牵引系统效率问题，文章基于牵引系统效率特性和轮周机械功构建列车运行能耗精细计算模型，提出基于迭代诱导遗传算法的自适应节能策略，设计考虑牵引系统效率的能耗目标函数，并在操纵特性约束下求解目标函数，实现最优节能规划。首先，根据列车线路坡道将优化目标设计为若干个子区间，将子区间的线路特征信息转化为状态约束和控制约束，提高了节能目标对线路信息变化下操纵特性的自适应性；然后，为克服传统遗传算法由于离散独立难以解决连续子区间优化问题的特点，设计迭代诱导遗传算法，在迭代诱导遗传算法中对节能目标函数计算Pareto最优解集；最后，使用MATLAB软件对算法进行仿真验证。不同线路信息的仿真结果表明，基于迭代诱导遗传算法的自适应节能策略在保证运行时间的条件下具有良好的节能性能，相比于恒速和恒力运行，节能指标提高3%~13%。

关键词：节能策略；复杂操纵特性约束；牵引效率动态特性；迭代诱导；遗传算法；高速列车
中图分类号：U268.7　　**文献标识码：**A

Train adaptive energy saving strategy based on iterative induced genetic algorithm

MEI Wenqing, SHI Ke, ZHANG Zhengfang

(Zhuzhou CRRC Times Electric Co., Ltd., Zhuzhou, Hunan 412001, China)

Abstract: In response to the inefficient consideration of complex manipulation characteristics constraints and dynamic traction system efficiency issues in existing train energy-saving strategies, a detailed energy consumption calculation model for train operation was proposed based on the efficiency characteristics of the traction system and the mechanical work of the wheel rotation. An adaptive energy-saving strategy based on an iterative induced genetic algorithm was presented, and an energy consumption objective function considering the traction system efficiency was designed. The objective function was solved under manipulation characteristic constraints to achieve optimal energy-saving planning. Firstly, the optimization objective was designed as several sub-intervals based on the ramp of the train route. The route characteristic information of the sub-intervals was transformed into state and control constraints, improving the adaptivity of the energy-saving objective to the manipulation characteristics under changes in route information. Then, to overcome the difficulty of traditional genetic algorithms in solving continuous sub-interval optimization problems due to discrete independence, an iterative induced genetic algorithm was designed to calculate the Pareto optimal solution set for the energy-saving objective function. Finally, the algorithm was simulated and validated on the MATLAB platform. The simulation results of different line information show that the adaptive energy-saving strategy based on iterative induced genetic algorithm has good energy-saving performance under the condition of ensuring running time, with an energy-saving index improvement of 3%-13% compared to constant speed and constant force operation.

基金项目：中国中车重点研发项目（2022CTB143）
通信作者：史　可（1993—），男，博士，工程师，主要从事列车自动驾驶算法研究；E-mail: 303477513@qq.com
引用格式：梅文庆, 史可, 张征方. 基于迭代诱导遗传算法的列车自适应节能策略研究[J]. 机车电传动, 2023(3): 117-123.
Citation: MEI Wenqing, SHI Ke, ZHANG Zhengfang. Train adaptive energy saving strategy based on iterative induced genetic algorithm[J]. Electric Drive for Locomotives,2023(3): 117-123.

Keywords: energy saving strategy; constraints on complex manipulation characteristics; dynamic characteristics of traction efficiency; iterative induction; genetic algorithm; high-speed train

0 引言

对列车自动驾驶而言，列车节能运行和行车安全占据了重要的位置。国内外学者对列车节能运行进行了深入研究，研究最早可以追溯到上世纪六十年代，日本学者 Ichikawa将最优化理论运用于列车运行控制，并取得显著成功[1]。列车节能运行策略的研究受到了广大学者的关注[2]。文献[3]通过构建列车动力学模型，在列车车载控制系统中实现庞特里亚金最大值原理分析，提出了列车最优控制理论。文献[4]通过临界速度和 Pontryagin 最大值定理，证明了列车站间最优运行曲线的存在性，进一步论证了列车最优运行操纵序列为“最大牵引–巡航–惰行–最大制动”。文献[5]在牵引能耗计算方面，对直流牵引电机建立非线性二阶模型，并考虑了再生制动能量。以色列特拉维夫大学 Khmelnisky 团队考虑了在连续变化坡道和限速条件下，建立了以列车运行动能作为状态变量的节能优化模型[6]。这些研究对列车自动驾驶中运行效率目标（包括运行时间和运行能耗）的实现关注较少，对列车节能运行的研究大多只针对列车运行状态的优化，而没有考虑列车执行层的牵引系统效率特性对节能目标的影响。

上述研究成果对列车最优运行曲线的寻优过程均是数值解析法，该类数值解析法存在运算能力不足，并且会在对列车动力学和列车牵引特性约束模型进行分析过程中引入一定的建模误差。随着智能控制理论和计算机技术的发展，启发式算法、模糊控制算法、神经网络算法等已经被广泛应用于列车节能操纵的研究中[7]。针对重载货运列车的牵引优化及其在长大坡道的速度控制问题，基于数据提出了电制动与空气制动相结合的节能驾驶策略[8]。一些研究基于离散优化模型，利用动态规划、蚁群算法和遗传算法等对目标速度曲线进行优化和对比分析[9]。文献[10]通过结合最大最小蚁群算法和模糊算法，求解了列车在坡道和限速条件下的最优控制策略。随着国内外专家和学者对列车节能优化曲线研究的深入，越来越多的智能算法，如模拟退火算法、差分进化算法、粒子群算法、动态规划法等[11-13]，被应用于如何减少列车牵引能耗中。这些研究成果的求解过程很难合理地处理时间约束和节能目标实现过程中多个状态的关系，并且缺乏应用的背景。

综上所述，上述研究存在以下两方面的缺点：一方面，目前只研究了固定的牵引系统效率特性，缺乏对牵引系统效率动态特性的自适应性，缺乏牵引能耗计算的准确性；另一方面，未全面考虑复杂的工况转换约束和加载/卸载斜率约束等操纵特性约束，在能耗计算时不能处理这些状态约束和控制约束。因此，需要研究使列车具备针对动力学和运动学约束，以及牵引系统效率特性的自适应控制能力，实现运行时间约束下的最小能量消耗的节能策略。

针对现有节能优化策略对复杂操纵特性约束和动态牵引系统效率的自适应性不足的缺陷，本文提出了基于迭代诱导遗传算法的列车自适应节能策略（iterative induced genetic algorithm-based adaptive energy-saving strategy，IGA-AES）。设计基于牵引系统效率特性的运行能耗目标函数，提高对列车牵引系统效率动态特性的自适应性；然后，为克服传统遗传算法离散独立难以解决连续系统的特点，设计迭代诱导遗传算法，在迭代诱导遗传算法中对节能目标函数计算 Pareto 最优解集，在该解集中得到最优的能耗，并计算各个子区间的最优区间加速度。

1 列车特性与能量流建模

1.1 列车运动学模型

为了便于从数学上描述高速列车，把列车考虑为单质点模型。列车在运行过程中受到各种外力作用，可以将其分为列车牵引/制动力$\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}}$、空气制动力$\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}}$和运行阻力，其中运行阻力可以分为基本阻力$\boldsymbol{f}_{\mathrm{b}}$、坡道附加阻力$\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}$和弯道附加阻力$\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}$。列车运行过程所受的合力$\boldsymbol{f}$可描述为

$$\boldsymbol{f}=\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}}-\boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}-\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}-\boldsymbol{f}_{\mathrm{b}}-\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}} \tag{1}$$

1.2 牵引系统效率模型

列车牵引系统效率是影响列车牵引/电制动力发挥的重要影响因素。为了提高节能目标对列车牵引系统效率特性的自适应性，需要对列车的牵引系统效率特性进行建模。本文基于事件记录中的牵引变压器一次侧电压/电流、列车牵引力、列车速度等列车运行数据信息，通过最小二乘法，近似计算机车效率与牵引力、速度间的关系，得出其效率均值随力和速度的变化规律。

图 1 给出了列车速度为 70 km/h 时的“效率–力”的关系图，其中“蓝色点”为实际分布记录，“红色线”为基于最小二乘法的多项式拟合处理后的效果。由图 1 可知，同一速度下不同列车牵引力发挥时牵引系统效率相差较大，并且效率与牵引力发挥呈非单调线性关系，其函数关系可表述为

$$\eta = f_\eta(f_e, v) \tag{2}$$

式中：η为牵引系统效率；v为机车运行速度。

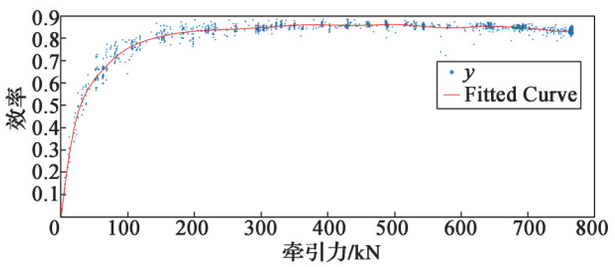


图 1　速度为 70 km/h 时的“效率–力”关系图

Fig. 1　Efficiency-force diagram at speed of 70 km/h

1.3　牵引能耗计算模型

列车运行能耗包括牵引能耗和再生制动能耗，本文主要研究列车运行牵引能耗。由于无法有效实时计算基于牵引变压器一次侧电压、电流的用电能耗，本文列车牵引能耗的计算通过引入基于轮周机械功率进行网侧电能等效计算的方式实现。

列车运行的牵引系统电功和机械功之间的转换关系为

$$E = U \cdot I \cdot t = P_{电} \cdot t = P_{机械} \cdot t = \left(f_e \cdot s\right)/\eta \tag{3}$$

式中：η为列车牵引系统效率；U为牵引变压器一次侧电压；I为牵引变压器一次侧电流；t为时间；s为列车运行距离。

2　基于迭代诱导遗传算法的列车自适应节能策略

针对现有研究[14-18]的不足，本文从全局运行线路的角度出发，研究基于迭代诱导遗传算法的列车自适应节能策略（IGA-AES），将线路信息按坡道和曲线的变化特征划分为若干个子区间（子区间线路处理如图 2），并计算满足全线路最低运行时间约束下的运行能耗最低的子区间加速度，所有子区间的最优操纵序列组成全线路的最优操纵序列。本文所设计的 IGA-AES 的原理框架如图 3 所示。

与现有研究相比，本文主要从以下 2 方面进行论证：①设计带时间约束并考虑牵引系统效率特性的机械能耗目标函数；设计速度约束下的子区间加速度$\boldsymbol{a}$的约束，并在此基础上设计考虑牵引系统效率特性的目标函数f_{obj}；目标函数中状态变量为运行能耗E，控制变量为子区间加速度$\boldsymbol{a}$。通过设计相关约束，使得节能目标对操纵特性具备更好的自适应性。②设计迭代诱导遗传算法 IGA，求解机械能耗目标函数f_{obj}，得到最优的子区间加速度$\boldsymbol{a}$、最低运行能耗E_{opt}，增强节能目标对牵引系统效率动态特性的自适应能力。

2.1　子区间线路特征

由于目前的数据处理和通信技术在列车运行过程中只能接收到列车相对位置的线路数据[19]，为了便于分析，需要对线路数据进行处理，得到完整的坡道、弯道等线路信息，其子区间线路数据处理思路如图 2 所示。

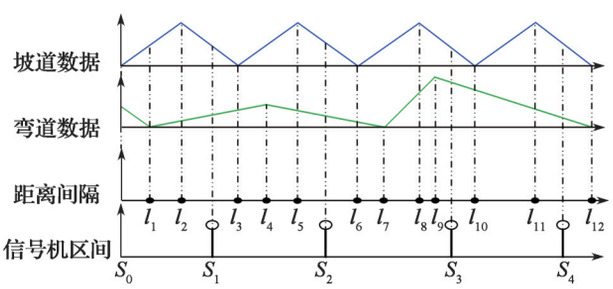


图 2　信号机之间的子区间线路数据处理示意图

Fig. 2　Schematic diagram of sub-interval line data processing between annunciators

子区间的数据信息变化点如图 2 的$S_0, S_1, \cdots, S_4$所示，坡道数据和弯道数据的变化点并不是同步的，其数据信息综合变化点如图 2 中的$l_1, l_2, \cdots, l_{12}$所示，本文对坡道数据和弯道数据的变化区间进行分析，能够得到明确的子区间加速度$\boldsymbol{a}$和子区间终点速度v_Z。由于信号机区间能够再分为若干个有规律的子区间，从而

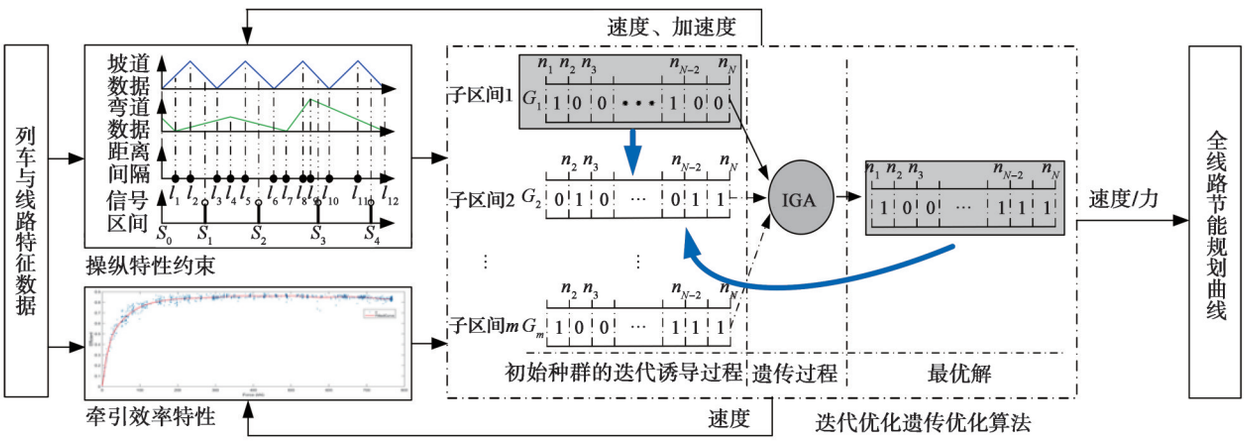


图 3　IGA-AES 设计原理框图

Fig. 3　Design principle block diagram of IGA-AES

能针对每个子区间的特点进行自适应最优操纵序列规划。

2.2 节能目标函数设计

在牵引能耗节能目标函数中，列车牵引/制动力f_e与牵引系统效率特性η的关系如式(3)所示。从特征来说，在相同速度下，列车牵引/制动力f_e越大，牵引系统效率特性η越高，但机械能耗越大；在相同速度下，列车牵引/制动力f_e越小，机械能耗越小，但牵引系统效率特性η越低。因此，列车牵引/制动力f_e和机械能耗E并不是绝对的线性关系。

对于列车牵引/制动力f_e的优化，能耗目标函数$f_e(a,v)\cdot s$和效率目标函数$f_\eta(f_e,v)$不可能是同时下降的，也不可能是一个下降，而另一个保持不变，只能是一增一减，即在机械能耗与牵引系统效率特性之间选择最优平衡点，这就是求解Pareto解集的过程。IGA的适应度函数为能耗目标函数f_{fit}，其表达式为

$$f_{fit}=\nabla-E=\nabla-(f_e\cdot s)/\eta=\nabla-[f_e(a,v)\cdot s]/f_\eta(f_e,v) \quad (4)$$

为完成IGA-AES适应度函数与目标函数之间的转换，∇取较大的值，控制量为列车牵引/制动力f_e，通过式(3)求解非线性的迭代诱导遗传算法的适应度函数。

2.3 状态约束与控制约束

在计算列车运行中的最低能耗目标的同时，需要合理处理列车运行约束，在此基础上，设计约束考虑牵引系统效率特性的机械能耗目标函数。由于优化过程的变量主要为子区间的加速度和速度，运行约束应该主要针对这2个变量。

1) 速度约束

本文将运行时间的约束转化为IGA-AES的速度下界，通过运行时间允许的范围$[T_{down},T_{up}]$和运行里程为L，可以计算满足时间约束的运行速度范围下界v_{down}。线路信息ATP（Automatic Train Protection）约束作为IGA-AES的速度上界v_{up}。将这个速度范围$[v_{down},v_{up}]$作为迭代诱导遗传算法中子区间终点速度v_Z的约束范围，具体为

$$\left.\begin{aligned}&v_Z\in\left[v_{down},v_{up}\right]\\&v_{down}=L/T_{down}\\&v_{up}=L/T_{up}\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

2) 加速度约束

优化变量设计的是加速度$\boldsymbol{a}$，没有直接采用终点速度v_Z，需要将速度约束转换为加速度约束。若当前子区间终点速度为v_Z，下一个子区间的长度为L_r，考虑到子区间终点速度约束$v_Z\in[v_{down},v_{up}]$，则根据式(5)，下一个子区间的加速度约束为$\boldsymbol{a}\in[\boldsymbol{a}_{down},\boldsymbol{a}_{up}]$，其中$\boldsymbol{a}_{up}$，$\boldsymbol{a}_{down}$分别为：

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{a}_{up}=\left(v_{up}^2-v_Z^2\right)/\left(2L_r\right)\\&\boldsymbol{a}_{down}=\left(v_{down}^2-v_Z^2\right)/\left(2L_r\right)\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

3) 牵引手柄操纵约束

为保证列车的操纵平稳性，其牵引/电制力加载约束为

$$\Delta f_i\leqslant\Delta f_{i_max} \quad (7)$$

式中：Δf_i为在第i子区间的牵引力变化量；Δf_{i_max}为牵引力最大值。

此外，在运行过程中，第i子区间的牵引/电制动力f_i的最大约束和最小约束为：

$$\left.\begin{aligned}&f_i\leqslant f_{max}(v)\\&f_i\geqslant f_{min}(v)\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

式中：f_i为在第i子区间的牵引力；$f_{max}(v),f_{min}(v)$分别为各子区间牵引力的最大值和最小值。

在迭代遗传算法中进行子区间加速度计算，是迭代遗传算法中迭代过程的重要组成部分。列车在运行过程中的状态并不是离散的，并且当前状态受到上一状态的约束。为了克服传统遗传算法处理离散独立信息的不足，保证设计状态变量的连续性，并保障运行过程中的安全性，需要在迭代遗传算法实施过程中对种群生成步骤的约束条件做迭代处理，作为遗传算法的诱导。

2.4 迭代诱导遗传算法实现

本文的优化对象为根据坡道和弯道变化设计的列车运行子区间，传统遗传算法在解决这类带状态约束和控制约束的问题不具备优势，容易陷入局部最优，或者只能搜索到次优解[20]。在处理带约束的优化问题的时候，将目标函数转化为适应度函数具有难度，因为此时的适应度函数不仅要评价一个解的优劣，而且需要描述其与搜索空间中可行域的接近程度。本文所提出的IGA-AES克服传统遗传算法处理离散独立信息的不足，计算得到最优子区间平均加速度$\bar{a}$和最优牵引系统效率特性η，实现了全线路的节能最优曲线规划。本文所提出的IGA-AES的最大迭代数设置为100。

2.4.1 迭代诱导

本文所提出的IGA-AES将根据前文得到的加速度约束$\boldsymbol{a}\in[\boldsymbol{a}_{down},\boldsymbol{a}_{up}]$设计成下一个优化子区间的编码区间。其中，约束1为由式(5)计算提供，约束2由式(6)计算提供。因此，加入了迭代诱导的交叉与变异过程，在保证遗传算法的随机性和迭代性的同时，满足状态的连续性并避免陷入局部最优解。迭代诱导的设计如图4所示。在该流程第一步和第三步中根据迭代诱导在线更新约束条件与决策变量加速度，并进行编码生成种群。

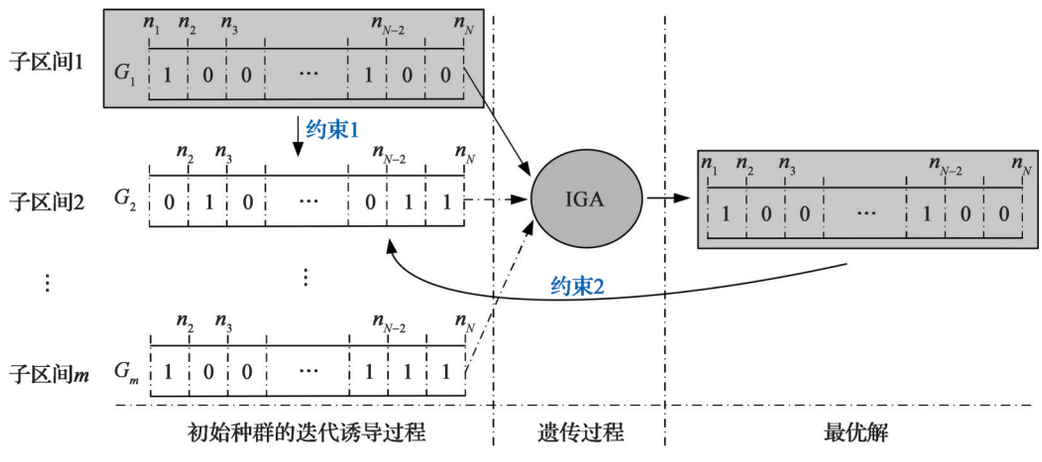


图4　IGA-GES的迭代诱导过程

Fig. 4　Iterative induction process of IGA-GES

2.4.2　进化计算

求解迭代遗传算法的适应度函数f_{fit}的过程，就是一个典型的Pareto解集的求解过程[21]。若$x\subseteq R^m$是列车牵引系统效率特性和能耗目标函数这2个优化目标模型的约束集，对于约束集$\boldsymbol{a}\in[\boldsymbol{a}_{\text{down}},\boldsymbol{a}_{\text{up}}]$而言，$f(x)\subseteq R^m$是多目标优化函数。若有解$x_1\subseteq X$和$x_2\subseteq X$，并且存在任意的$f_k(x_1)\leqslant f_k(x_2)$（$k=1,2,3,\cdots$），则$x_1$比$x_2$优越。若$x_1$比$X$中所有的其他解都优越，则$x_1$是目标函数模型的最优解；若解$x_1$不能使所有的$f_i(x)$都达到最优，但并不存在比$x_1$更优越的解时，则$x_1$是目标最优化模型的Pareto最优解。据此理论，可以推导出目标函数$\eta=f_\eta(f_{\text{e}},v)$和目标函数$f_{\text{E}}=f_{\text{e}}(a,v)\cdot s$的Pareto最优解集$X_{\text{opt}}$，也可以称为Pareto前沿，牵引效率特性目标和节能目标的Pareto前沿示意如图5所示。在该Pareto前沿中求解满足迭代遗传算法的适应度函数$f_{\text{fit}}=\nabla-\left[f_{\text{e}}(a,v)\cdot s\right]/f_\eta(f_{\text{e}},v)$的最优解。

为完成目标函数的进化计算过程，可以按以下步骤完成，流程图如图5所示。

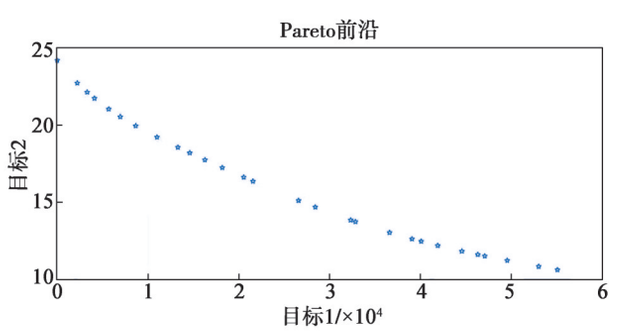


图5　牵引效率特性目标和节能目标的Pareto前沿示意

Fig. 5　Pareto frontier diagram of traction efficiency characteristic target and energy saving target

①所设计的迭代遗传算法的编码/解码方法为二进制型。根据子区间的加速度和终点速度，迭代遗传算法的种群数设置为2。

②根据种群中个体的适应度大小进行选择操作，通过轮盘赌等方式将适应度高的个体从当前种群中选择出来。其中，轮盘赌是通过与适应度成正比的概率来确定每个个体遗传到下一代群体中的数量。

③在上一个步骤中，选择出了可以产生后代的亲本染色体后，就开始对染色体（在上一个步骤中选出来的）进行交叉，交叉概率设置为0.25。

④变异概率设置为0.01。

3　仿真案例与分析

3.1　试验参数设置与分析

为了验证所设计的节能算法的有效性，设计列车以恒定牵引力（恒力）、恒定速度（恒速）在仿真区间上的操纵，对比验证区间运行能耗。需要注意的是，为了验证在一定速度范围内的效果，本文中的运行时间是指高速范围内的运行时间，没有考虑起车时间和停车时间。

线路条件：京张线之“北京北站—太子城站”，全长147 983 m，最高设计速度350 km/h。速度优化区间为325~350 km/h，编组方式为4M4T，质量为500 t。

3.2　试验结果

使用MATLAB软件按上述设定条件和算法进行仿真对比，仿真试验结果对比如表1和图6~图8所示。

表1　试验节能算法与恒力、恒速方案运行数据对比

Table 1　Comparative operational data of experimental energy-saving algorithm and constant force/constant speed schemes

对比算法	节能算法	恒力	恒速
恒定牵引力/kN		89	
平均速度/(km·h^{-1})	329	330	329
运行时间/h	0.449 9	0.448 9	0.449 9
运行能耗/(kW·h)	4 077	435 1	470 7
列车最大/最小加速度/(m·s^{-2})	0.152 1/−0.542 9	0.331 0/−0.256 1	0/0
最大/最小牵引力/kN	173/−175	89/89	218/−76

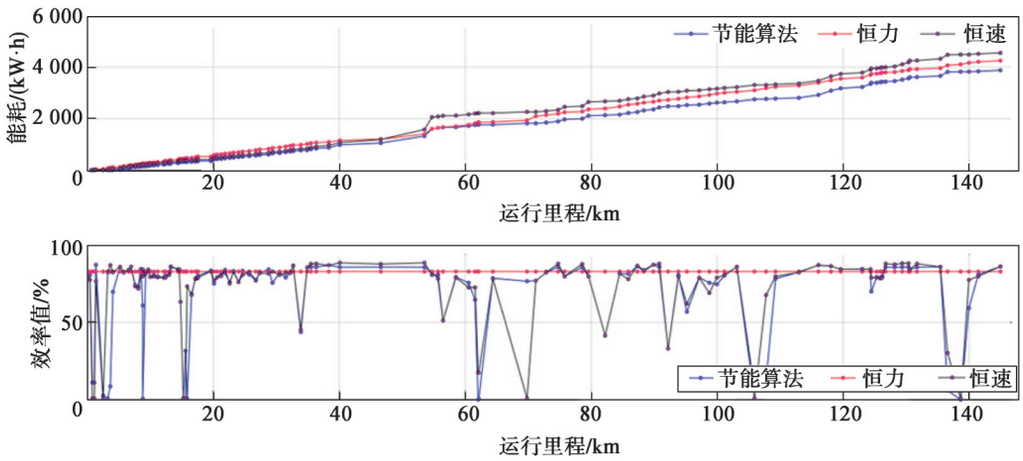


图6　节能算法与恒力、恒速的牵引能耗与效率值对比

Fig. 6　Comparison of traction energy consumption and efficiency values of energy-saving algorithm and constant force/constant speed

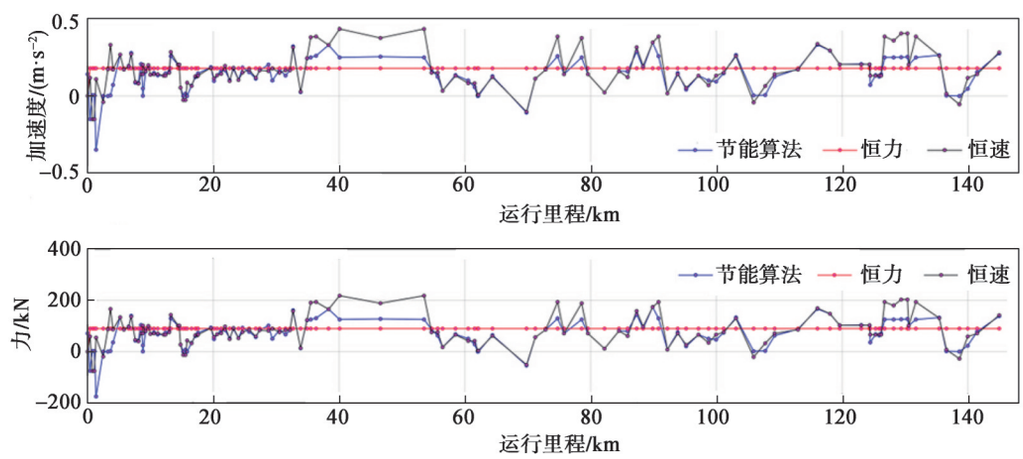


图7　节能算法与恒力、恒速的加速度与力/级位对比

Fig. 7　Comparison of acceleration and force/gear position between energy-saving algorithms and constant force/constant speed schemes

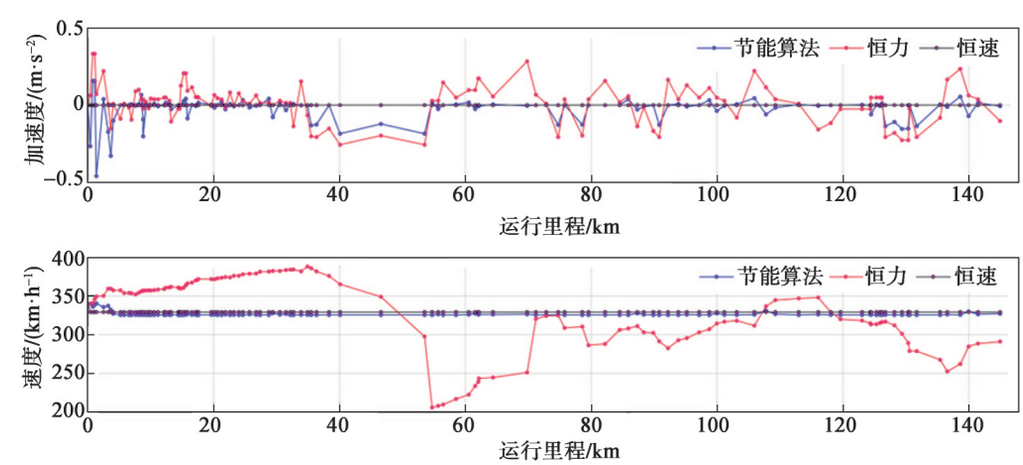


图8　节能算法与恒力、恒速的列车加速度与速度对比

Fig. 8　Comparison of train acceleration and speed between energy-saving algorithms and constant force/constant speed schemes

对仿真试验数据进行分析，节能算法相比于恒力方案，能耗大约节约7%；节能算法相比于恒速方案，能耗大约节约13%。本方案提出的节能算法相比较普通的恒力和恒速运行方案，能够提供更加优秀的速度与加速度操纵序列，具有更优的节能效果。

4　结论

本文针对列车全线路运行最优节能问题，提出了一种基于迭代诱导遗传算法的列车自适应节能规划策

略。首先，进行列车运行线路子区间处理；然后，设计运行时间约束下的运行能耗目标函数，设计迭代诱导遗传算法对该目标函数进行求解，得到各个子区间的最优的子区间终点速度和子区间加速度；最后，在MATLAB平台上进行了仿真，在不同线路信息的仿真结果表明，所提出的IGA-AES在保证运行时间的条件下具有良好的节能性能。未来的研究将结合极大值原理等数值优化算法计算最优惰行点等信息，并进一步提高节能效果。同时，需要考虑内燃机车功率传递效率等方面的约束、内燃模式下挡位切换的约束，也需要考虑列车再生制动能量利用的节能技术研究[22]。

参考文献：

[1] ICHIKAWA K. Application of optimization theory for bounded state variable problems to the operation of train[J]. Bulletin of JSME, 1968, 11(47): 857-865.

[2] HOWLETT P G, PUDNEY P J, VU X. Local energy minimization in optimal train control[J]. Automatica, 2009, 45 (11): 2692-2698.

[3] MILROY I P. Aspects of automatic train control[D]. Loughborough: Loughborough University, 1980.

[4] CHENG Jiaxin, HOWLETT P. Application of critical velocities to the minimisation of fuel consumption in the control of trains[J]. Automatica, 1992, 28(1): 165-169.

[5] KOKOTOVIC P, SINGH G. Minimum-energy control of a traction motor[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1972, 17(1): 92-95.

[6] KHMELNITSKY E. On an optimal control problem of train operation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(7): 1257-1266.

[7] LU Shaofeng, HILLMANSEN S, HO T K, et al. Single-train trajectory optimization[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2013, 14(2): 743-750.

[8] LIN Xuan, WANG Qingyuan, WANG Pengling, et al. The energy-efficient operation problem of a freight train considering long-distance steep downhill sections[J]. Energies, 2017, 10(6): 794.

[9] LU Shaofeng. Optimising power management strategies for railway traction systems[D]. Birmingham: University of Birmingham, 2011.

[10] KE B R, LIN Chunliang, LAI Chiwen. Optimization of train-speed trajectory and control for mass rapid transit systems [J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(7): 675-687.

[11] 陈万里, 程家兴. 基于模拟退火算法(SAA)求解列车控制问题[J]. 安徽大学学报(自然科学版), 2000, 24(3): 46-49.
CHEN Wanli, CHENG Jiaxing. Simulated annealing algorithm for solving train control problem[J]. Journal of Anhui University (Natural Science Edition), 2000, 24(3): 46-49.

[12] 严细辉, 蔡伯根, 宁滨, 等. 基于差分进化的高速列车运行操纵的多目标优化研究[J]. 铁道学报, 2013, 35(9): 65-71.
YAN Xihui, CAI Baigen, NING Bin, et al. Research on multi-objective high-speed train operation optimization based on differential evolution[J]. Journal of the China Railway Society, 2013, 35(9): 65-71.

[13] LIN W S, SHEU J W. Automatic train regulation for metro lines using dual heuristic dynamic programming[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2010, 224(1): 15-23.

[14] 张勇, 谭南林. 基于遗传算法的内燃机车优化操纵研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2013, 27(7): 604-609.
ZHANG Yong, TAN Nanlin. Study on locomotive optimizing control based on genetic algorithm[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2013, 27(7): 604-609.

[15] 陈荣武, 刘莉, 郭进. 基于遗传算法的列车运行能耗优化算法[J]. 交通运输工程学报, 2012, 12(1): 108-114.
CHEN Rongwu, LIU Li, GUO Jin. Optimization algorithm of train operation energy consumption based on genetic algorithm[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2012, 12(1): 108-114.

[16] 刘亚丽, 马世伟. 基于遗传算法的列车自动运行系统的优化研究[J]. 电子测量技术, 2013, 36(4): 36-39.
LIU Yali, MA Shiwei. Optimized research on the automatic train operation based on genetic algorithm[J]. Electronic Measurement Technology, 2013, 36(4): 36-39.

[17] 许立, 王长林. 基于遗传算法列车自动运行速度曲线的优化[J]. 铁路计算机应用, 2013, 22(10): 46-49.
XU Li, WANG Changlin. Optimization of automatic train operation speed curve based on genetic algorithm[J]. Railway Computer Application, 2013, 22(10): 46-49.

[18] 周翔翔, 刘鑫荣, 张永, 等. 基于遗传优化算法的城市轨道交通多列车运行节能计算方法[J]. 城市轨道交通研究, 2018, 21(12): 67-70.
ZHOU Xiangxiang, LIU Xinrong, ZHANG Yong, et al. Calculation of energy saving in multi-vehicle operation based on genetic optimization algorithm[J]. Urban Mass Transit, 2018, 21(12): 67-70.

[19] 纪云霞. 列车节能运行优化的改进遗传算法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
JI Yunxia. Research on improved genetic algorithm for train energy-saving operation optimization[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2018.

[20] WONG K K, HO T K. Coast control of train movement with genetic algorithm[C] //IEEE. The 2003 Congress on Evolutionary Computation. Canberra: IEEE, 2003.

[21] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-Ⅱ[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.

[22] 王青元, 冯晓云, 朱金陵, 等. 考虑再生制动能量利用的高速列车节能最优控制仿真研究[J]. 中国铁道科学, 2015, 36(1): 96-103.
WANG Qingyuan, FENG Xiaoyun, ZHU Jinling, et al. Simulation study on optimal energy-efficient control of high speed train considering regenerative brake energy[J]. China Railway Science, 2015, 36(1): 96-103.

收稿日期：2022-12-13