DOI：10.13890/j.issn.1000-128X.2022.04.104

铁道电气化

地铁牵引供电系统自适应实时动态建模方法研究

陶　艳

（湖南铁道职业技术学院，湖南 株洲　412001）

摘　要：城市轨道交通各线路牵引变电所数量和位置的不固定性，列车连续运行所导致的直流牵引供电系统网络结构的时变性，全线直流牵引网的贯通性是直流牵引供电系统数学建模需重点解决的关键技术难题。为了建立时变电网络的动态模型，基于节点导纳网络方程原理，提出了一种城市轨道交通直流牵引供电系统自适应实时动态数学建模方法，即在每个列车运行时刻，首先按照设定的规则对全线所有牵引变电所两端节点、列车两端节点进行自动排序，然后按照位置坐标对节点进行排序并存储至节点数组，最后根据节点数组和输入参数文件自适应地实时动态生成直流牵引供电系统节点导纳网络方程，并完成求解。通过仿真与试验研究，验证了本文提出方法的科学性和正确性。

关键词：城市轨道交通；牵引供电；数学建模；时变电网络；节点导纳网络方程；自适应

中图分类号：U231；U223.5　　**文献标识码：**A

文章编号：1000-128X(2022)06-0122-08

Study on self-adaptive real-time dynamic modeling approach of metro traction power supply system

TAO Yan

(Hunan Railway Professional Technology College, Zhuzhou, Hunan 412001, China)

Abstract: The varying number and location of traction substations along urban rail transit system lines, the time-varying characteristics of the DC traction power supply system network structure caused by continuous operation of trains, the DC traction network connectivity along the whole lines, are the critical technical bottlenecks in the mathematical modeling for the DC traction power supply system. Based on node-admittance network equation theory, a self-adaptive real-time dynamic mathematical modeling approach of the DC traction power supply system for the urban rail transit system was put forward. Firstly, the nodes which include both ends of all traction substations along the whole line and trains were sequenced automatically at any train operation moment, according to the given rules, such nodes were then sequenced according to position coordinates and stored in the node array, and the node-admittance network equation of the DC traction power supply system was generated according to the node array and input parameter files in a self-adaptive, real-time and dynamic pattern, and then solved. The scientificity and correctness of the proposed approach was verified through simulation and experimental study.

Keywords: urban rail transit; traction power supply; mathematical modeling; time-varying network; node-admittance network equation; self-adaptive

收稿日期：2021-11-28；修回日期：2022-05-20
基金项目：湖南省自然科学基金课题（2019JJ70052）
通信作者：陶　艳（1980—），女，硕士，教授，主要从事电气工程及轨道交通牵引供电技术研究；E-mail: 24002144@qq.com

0　引言

随着经济的快速发展和城市规模的不断扩大，“低能耗、少污染”的城市轨道交通成为越来越多城市的选择[1-3]。

供电系统是城市轨道交通运营的动力来源。它不仅为城市轨道交通列车提供牵引用电，而且为控制中心、车站、车辆段等其他运营服务单位供电。在城市轨道交通运营过程中，供电一旦中断，不仅会造成城市轨道交通运输系统的瘫痪，而且还会危及乘客生命安全和造成财产损失。因此，设计高度安全可靠又经济合理的供电系统是城市轨道交通正常运营的重要保障[4-5]。

城市轨道交通供电系统一般采用直流供电制式。在其设计过程中，必不可少的一项工作是直流牵引供电系统的数学建模，涉及到直流牵引供电系统的拓扑、参数设计、再生制动能量利用装置配置等多项核心设计要素[6-7]。

城市轨道交通牵引供电系统是由牵引变电所、接触网、多个运动的列车负荷、钢轨和大地构成的不断变化的直流电网结构。因此，系统建模将面临一系列难题：首先，直流牵引供电网络是复杂的时变网络，难以用固定的等效电路图描述[8-9]；其次，直流牵引供电系统中牵引变电所数量和位置因线路而异，牵引供电网络拓扑结构不同；第三，现有的列车运行图截面法和平均运量法等建模方法都以列车和牵引变电所为分割点，将牵引网分割成互相独立的多个供电区段进行计算，而实际上城市轨道列车的功率来自于牵引网相连的所有牵引变电所[10-11]。

因此，本文将全线直流牵引供电系统视为一个完整的实时动态变化的系统，并在由牵引网连接成一体的牵引变电所之间分配列车功率。在此基础上提出一种城市轨道交通直流牵引供电系统自适应实时动态建模方法，可通过设置牵引变电所数量和位置，实现在列车数量和位置实时变化的情况下，自适应地生成直流牵引供电系统数学模型。

1　建模方法

1.1　建模原理论述

在满足工程计算精度要求的前提下，针对实时动态数学模型的建立做如下假设[13-14]：①将全线各牵引变电所的整流器和变压器视为带内阻的电压源支路；②整个牵引网系统结构均匀对称，且单位长度的电阻大小一致；③全线各牵引变电所的交流侧电压相同且稳定；④牵引变电所的位置坐标为牵引网馈电点的坐标，且牵引网馈电点与回流点处于相同的坐标位置；⑤将列车视为功率源，由牵引计算结果给出列车在某时、某位置的功率；⑥以线路起始站点位置为坐标原点，上下行站点的位置坐标均以此为参考进行计算。

基于以上假设，城市轨道交通直流牵引供电系统实时动态数学建模的基本思路为：首先生成t时刻的参数文件；然后对牵引变电所两端节点进行连续编号，接着判断t时刻列车位置是否与牵引变电所位置重合，并由此对列车两端节点进行相应连续编号；将上行接触网和钢轨、下行接触网和钢轨的节点编号分别按照位置坐标从小到大进行排列，并存储于相应的节点数组；根据节点数组可自动生成直流牵引供电系统等值电路图，因此最后通过利用牵引变电所等效电压源幅值、内阻值、列车功率、两节点之间线路电阻以及钢轨泄漏电导等参数，基于节点导纳网络方程建模原理，由存储的牵引变电所、列车节点数组和输入参数自动生成t时刻的节点导纳网络方程。

对于下一个时刻$(t+\Delta t)$，可以依据同样的方法，通过输入该时刻的参数文件，重新生成动态数学模型。随着时间的变化，不断循环重复，从而实现对城市轨道交通直流牵引供电系统的实时动态建模。

一般来说，国内地铁列车的最高运行速度约为 80 km/h，综合考虑仿真计算误差与仿真速度，本文设置固定仿真时长 $\Delta t \leqslant 500$ ms。实时动态数学建模方法如下所述。

1.1.1　t时刻参数文件的确定与输入

假设在t时刻，牵引变电所的数量为n，其位置分别为$L_1, L_2, \cdots, L_n$；通过牵引计算给出的t时刻上行列车数量为m，其位置分别为$L_{m1}, L_{m2}, \cdots, L_{mm}$，对应的功率分别为$p_{m1}, p_{m2}, \cdots, p_{mm}$；通过牵引计算给出的$t$时刻下行列车数量为$k$，其位置分别为$L_{k1}, L_{k2}, \cdots, L_{kk}$，对应的功率分别为$p_{k1}, p_{k2}, \cdots, p_{kk}$。将包含以上参数的参数文件作为系统模型的输入。

1.1.2　牵引变电所两端节点与列车两端节点的排序

对牵引变电所两端节点进行连续编号，并按其所在位置从小到大进行排序，则n个牵引变电所的两端节点分别为：$1,2;3,4;\cdots;2n-1,2n$。

判断列车位置是否与牵引变电所位置重合，判断方式为

$$\left| s_i - s_j \right| < \xi \tag{1}$$

式中：s_i为列车位置；s_j为牵引变电所位置；ξ为设定的一个正数。

当位置关系满足式(1)时，则判定该列车位置与某牵引变电所位置重合，此时该列车节点不编号，同时此处牵引变电所的节点电流为牵引变电所电流与列车电流的叠加；当位置关系不满足式(1)时，则判定该列车位置与牵引变电所位置不重合，此时新增列车节点编号。

依据t时刻上、下行列车的数量，按照列车的位置，从小到大对列车两端节点进行排序。假设上行列车的数量为m，则上行列车的节点编号为：$2n+1, 2n+$

$2;2n+3,2n+4;\cdots;2n+2m-1,2n+2m$；假设下行列车的数量为 k，则下行列车的节点编号为：$2n+2m+1,2n+2m+2;2n+2m+3,2n+2m+4;\cdots;2n+2m+2k-1,2n+2m+2k$。

1.1.3　节点的存储与等值电路的自动生成

用 T_up 表示上行接触网，R_up 表示上行钢轨，T_down 表示下行接触网，R_down 表示下行钢轨。将上行接触网和钢轨的节点、下行接触网和钢轨的节点进行编号，并分别按照位置坐标从小到大进行排序后存储到相应的数组。

根据节点数组，自动生成直流牵引供电系统等值电路，如图 1 所示。

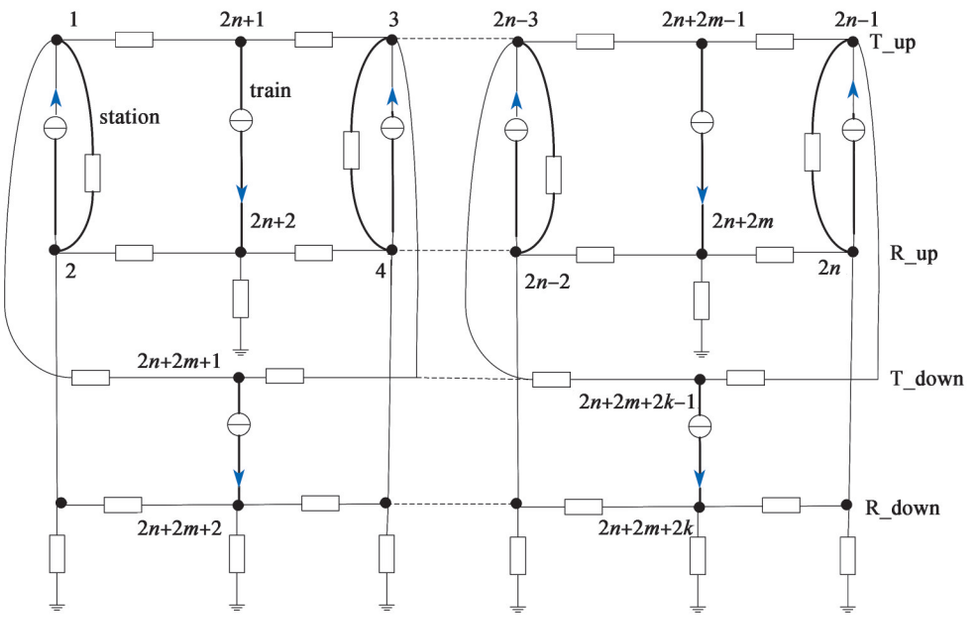


图 1　直流牵引供电系统等值电路图

Fig. 1　Equivalent circuit diagram of DC traction power supply system

1.1.4　节点导纳矩阵的自动生成

由节点的个数确定节点导纳矩阵的阶数为 $2\times(n+m+k)$，将节点导纳矩阵所有元素的初始值均设置为 0，然后依次计算出矩阵每个元素的值，并添加到节点导纳矩阵的相应位置，最终形成完整的节点导纳矩阵。具体方法如下：

1）节点之间互导纳的计算

① 线路导纳的计算。根据节点位置坐标以及接触线、钢轨的单位长度电阻值，分别对上述的 4 个数组相邻两数组元素之间的导纳进行计算。

② 牵引变电所两端节点的互导纳、列车两端节点的互导纳计算。分别计算 T_up、R_up；T_down、R_down 数组相同排列位置的数值元素之间的互导纳。牵引变电所两端节点的互导纳由牵引变电所内阻确定，列车两端节点的互导纳设定为 0。

2）节点自导纳的计算

钢轨对地并非完全绝缘，部分牵引电流会泄漏入大地，再经由大地通过钢轨最终回流至牵引变电所。因此，在对钢轨建模时，必须考虑钢轨的对地泄漏电阻。按均匀传输线理论，可以将单位长度的钢轨等效为∏型等值电路，如图 2 所示。

钢轨节点对地泄漏电导可根据钢轨的长度和单位长度钢轨对地的泄漏电阻，参照图 1 进行计算。接触网节点和钢轨节点的自导纳计算方法分别如下：

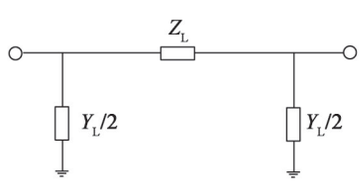


图 2　钢轨的∏型等值电路

Fig. 2　Type ∏ equivalent circuit of rail

① 计算上、下行牵引网节点的自导纳：上行牵引网节点的自导纳等于该节点与处于同一数组的相邻节点之间的互导纳，以及该节点与上行另一数组相同排列位置的节点之间的互导纳之和的反值；下行牵引网节点自导纳的计算方法与上行牵引网相同。

② 计算上、下行钢轨节点的自导纳：上行钢轨节点的自导纳等于该节点与处于同一数组的相邻节点之间的互导纳，以及该节点与上行另一数组相同排列位置的节点之间的互导纳之和的反值再加上该节点对地泄漏电导值；下行钢轨节点自导纳的计算方法与上行钢轨相同。

根据以上的方法，依次计算出节点导纳矩阵每个元素的值，并添加到节点导纳矩阵的相应位置，最终形成完整的节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}$。

1.1.5　节点电流列向量的自动生成

节点电流列向量为 $2\times(n+m+k)$ 行、1 列的向量，向量元素初始值设为 0，节点电流向量的排列顺序为按

节点编号从小到大排列。牵引变电所和列车等效为电流源，首先假定牵引变电所电流和列车电流的方向为正，同时设定注入节点的电流为负，流出节点的电流为正。牵引变电所节点电流绝对值为 U_{sj}/R_{sj}，其中，U_{sj} 和 R_{sj} 分别为牵引变电所等效电压源的幅值和内阻；列车节点电流绝对值为 P_{si}/U_{si}，其中，P_{si} 和 U_{si} 分别为列车的功率和端电压。

节点电流列向量自动生成时，首先判断节点类型，确定节点是牵引变电所节点还是列车节点，然后根据节点类型和等效电流源参数，通过相应的公式计算得到节点电流向量。通过计算可以得到节点电流列向量的全部元素值，从而自动生成相应的节点电流列向量 $\boldsymbol{I}$。

1.1.6　直流牵引供电系统数学模型的自动生成

得到节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 和节点电流向量 $\boldsymbol{I}$ 之后，可以自动生成 t 时刻的直流牵引供电系统数学模型为 $\boldsymbol{YU}=\boldsymbol{I}$，模型中，$\boldsymbol{U}$ 为全线列车、牵引变电所节点电压。

由于直流牵引供电系统是一个实时动态的网络系统，因此以上计算只是某一时刻 t 的数学模型的推导，对于下一个时刻 $t+\Delta t$ 的数学模型，首先还是应根据 $t+\Delta t$ 时刻的参数输入文件，先确定这一时刻的列车数量、位置以及相应的功率，其次再确定该时刻的直流牵引网络结构及负荷情况，建立直流牵引供电系统数学模型。其数学建模方法与时刻 t 的数学建模方法相同。

总结以上的计算步骤，可得城市轨道交通直流牵引供电系统自适应实时动态数学建模的方法流程图如3所示。

1.2　建模方法示例

下文以1个简单示例来说明 t 时刻直流牵引供电系统数学模型的自动生成方法。

设牵引变电所的数量 n=2，位置分别为0 km、30

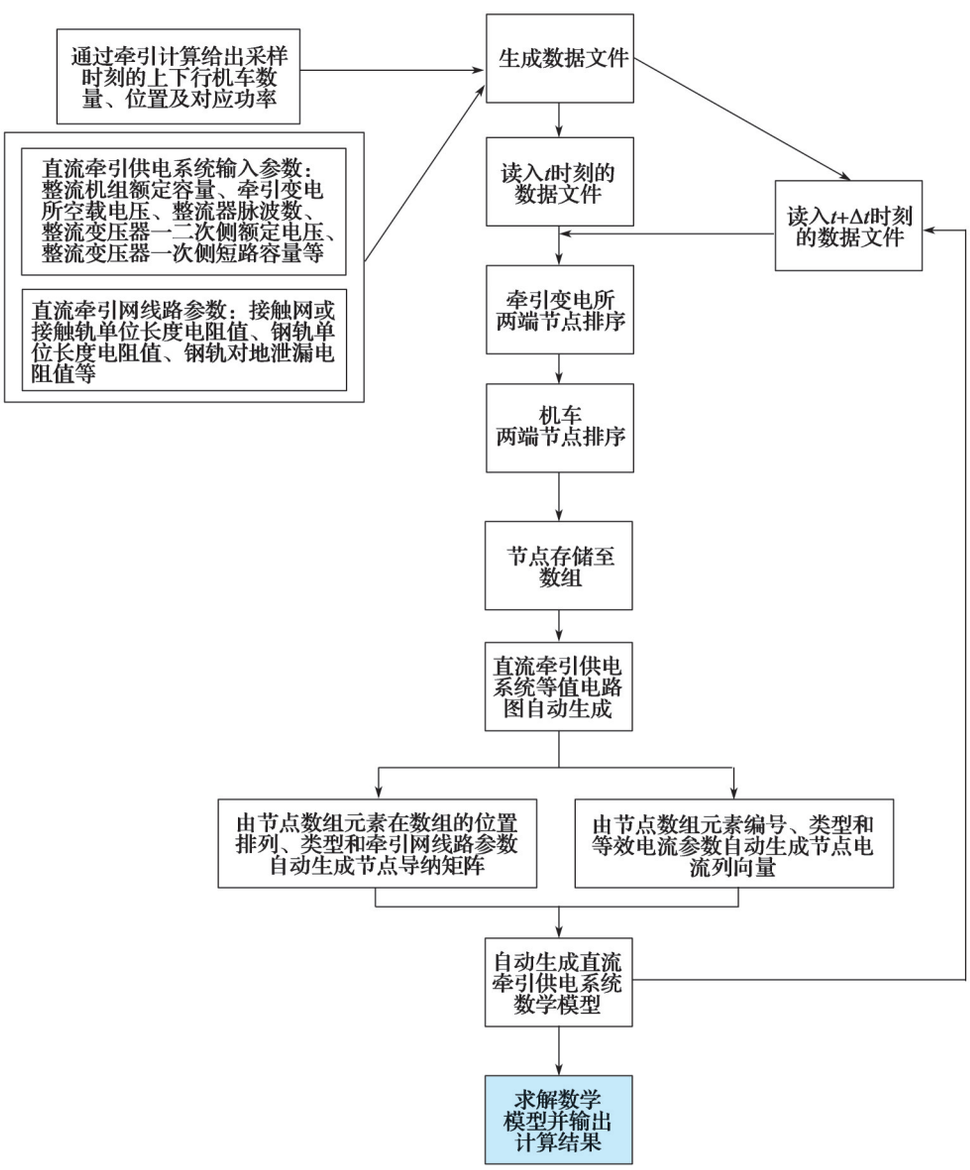


图3　城市轨道交通直流牵引供电系统自适应实时动态数学建模方法示意图

Fig. 3　Schematic diagram of self-adaptive real-time dynamic mathematical modeling approach for DC traction power supply system of urban rail transit

km；牵引计算给出t时刻上行列车数量为2，其位置分别在上行 10 km、20 km 处，对应的列车功率分别为 p1、p2；下行列车数量为3，其位置分别在下行 10 km、20 km、25 km 处，对应的列车功率分别为 p3、p4、p5。

首先对牵引变电所两端的节点排序，设 0 km、30 km 处牵引变电所的节点编号分别为：1,2;3,4。

判断列车位置是否与牵引变电所位置重合，然后对上行 10 km、20 km 处列车的两端节点分别编号，编号为：5,6;7,8。再对下行 10 km、20 km、25 km 处列车的节点分别编号，编号为：9,10;11,12;13,14。

将上行接触网和钢轨、下行接触网和钢轨的节点编号分别依据位置坐标从小到大进行排序，并储存至相应数组，则有：

$$\begin{cases}\text{T_up}:[1,5,7,3]\\ \text{R_up}:[2,6,8,4]\\ \text{T_down}:[1,9,11,13,3]\\ \text{R_down}:[2,10,12,14,4]\end{cases}$$

由此可以得到t时刻直流牵引供电系统的等值电路如图 4 所示。

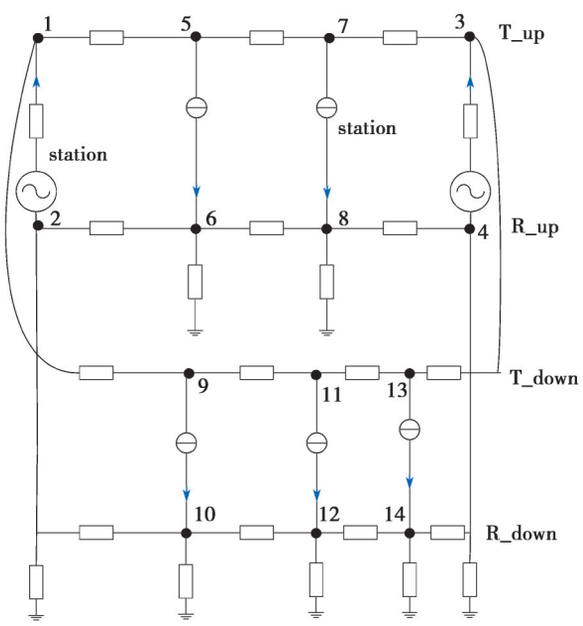


图 4　t时刻直流牵引供电系统等值电路

Fig. 4　Equivalent circuit of DC traction power supply system at time t

定义i、j分别为节点的编号，为生成节点导纳矩阵，首先计算节点i、j之间的互导纳$Y(i,j)$，再分别计算节点的i、j自导纳$Y(i,i)$、$Y(j,j)$。这里定义$Y(i,i)_{\text{up}}$、$Y(i,i)_{\text{down}}$分别是节点i自导纳$Y(i,i)$的上行、下行元素；$Y(i,j)_{\text{up}}$、$Y(i,j)_{\text{down}}$分别是节点i、j之间互导纳$Y(i,j)$的上行、下行元素。

其中，接触网节点自导纳有：

$$\boldsymbol{Y}(1,1)_{\text{up}}=-\boldsymbol{Y}(1,2)_{\text{up}}-\boldsymbol{Y}(1,5)_{\text{up}}$$

$$\boldsymbol{Y}(1,1)_{\text{down}}=-\boldsymbol{Y}(1,2)_{\text{down}}-\boldsymbol{Y}(1,9)_{\text{down}}$$

$$\boldsymbol{Y}(5,5)_{\text{up}}=-\boldsymbol{Y}(5,1)_{\text{up}}-\boldsymbol{Y}(5,7)_{\text{up}}-\boldsymbol{Y}(5,6)_{\text{up}}$$

牵引变电所的正极节点自导纳有：

$$\boldsymbol{Y}(1,1)=\boldsymbol{Y}(1,1)_{\text{up}}+\boldsymbol{Y}(1,1)_{\text{down}}+\boldsymbol{Y}(1,2)$$

钢轨节点自导纳有：

$$\boldsymbol{Y}(6,6)_{\text{up}}=-\boldsymbol{Y}(6,2)_{\text{up}}-\boldsymbol{Y}(6,5)_{\text{up}}+g6$$

式中：$g6$为钢轨节点 6 对地的泄漏导纳。

牵引变电所的负极节点自导纳有：

$$\boldsymbol{Y}(2,2)=\boldsymbol{Y}(2,2)_{\text{up}}+\boldsymbol{Y}(2,2)_{\text{down}}+\boldsymbol{Y}(1,2)-g2$$

式中：$g2$为牵引变电所负极节点 2 对地的泄漏导纳。

根据以上示例依次计算，可以得到矩阵导纳的全部元素值，从而能够自动生成相应的节点导纳矩阵$\boldsymbol{Y}$。

通过计算，可以得到节点电流列向量全部元素值，从而自动生成相应的节点电流列向量$\boldsymbol{I}$。至此，可以自动生成在正常运行工况下的t时刻的直流牵引网节点导纳网络方程$\boldsymbol{YU}=\boldsymbol{I}$。

2　仿真及试验研究

为了验证本文所提出方法的正确性，进行了仿真与试验研究。

2.1　仿真研究

针对广州地铁 4 号线黄村站至金洲站这一段的供电情况进行仿真，并与文献[15]的结果进行对比分析。

广州地铁 4 号线黄村站至金洲站这一段线路共设置车坡、万胜围、官洲等 14 座牵引变电所。采用了 24 脉波整流机组，容量设为 2×2 200 kV·A，整流变压器规格为 33 kV/1 180 V，穿越阻抗为 8%，半穿越阻抗为 6.5%。直流牵引供电系统额定电压为 1 500 V，线路长度为 46.3 km，接触网单位长度电阻为 0.014 3 Ω/km，钢轨单位长度电阻为 0.013 7 Ω/km，钢轨对地泄漏电阻为 15 Ω/km，近期高峰时段列车追踪间隔时间为 450 s，黄村站至金洲站区间由 4 辆车编组，通过直线电机牵引，其定员总重为 175 t，最高运行速度为 90 km/h。某时刻列车位置及功率分布如表 1 所示[15]。

表 1　某时刻列车位置及功率分布

Table 1　Train position and power distribution at a certain time

上行列车				下行列车			
位置/km	功率/kW	位置/km	功率/kW	位置/km	功率/kW	位置/km	功率/kW
0	200	1.349	200	0.966	200	3.146	200
3.513	1 764	5.178	200	5.176	200	6.976	200
7.340	672	10.291	1 577	10.279	200	12.293	2 191
12.394	200	13.853	321	13.524	1 743	17.477	277
17.530	779	20.215	825	20.172	245	21.567	762
21.616	1 746	25.367	976	25.154	1 252	26.707	200
26.715	1 439	29.047	200	28.871	1 953	32.822	1 960
33.012	200	34.229	534	34.108	780	35.694	200
35.833	2 127	39.783	1 978	39.607	200	41.081	200
43.570	200			43.383	1 736	46.059	200

根据上述的广州地铁 4 号线直流牵引供电系统结构、参数以及列车的位置、功率分布可计算获得全线上、下行接触网及钢轨的电压分布，系统仿真波形如图 5 所示。

对比图 5 和文献[15]中的波形数据可知，数据最大误差不超过 10%，从而验证了本文提出的自适应实时动态数学建模方法的正确性。

2.2　试验研究

针对长沙轨道交通 2 号线，分别对单车运行和两车运行的列车网压进行仿真和实测对比验证，其结果如图 6 和图 7 所示。

仿真波形与试验波形吻合度较高，验证了本文提出的城市轨道交通直流牵引供电系统自适应实时动态数学建模方法的正确性。

3　结论

在建立直流牵引供电系统的动态数学模型时，本文设定列车功率是在通过牵引网连成一个整体的牵引变电所之间分配，从而使得该数学模型更加符合城市轨道交通直流牵引供电系统的真实情况。

本文提出的城市轨道交通直流牵引供电系统自适应实时动态数学建模方法主要包括 4 个部分：

①牵引变电所两端节点、列车两端节点的规则排序；

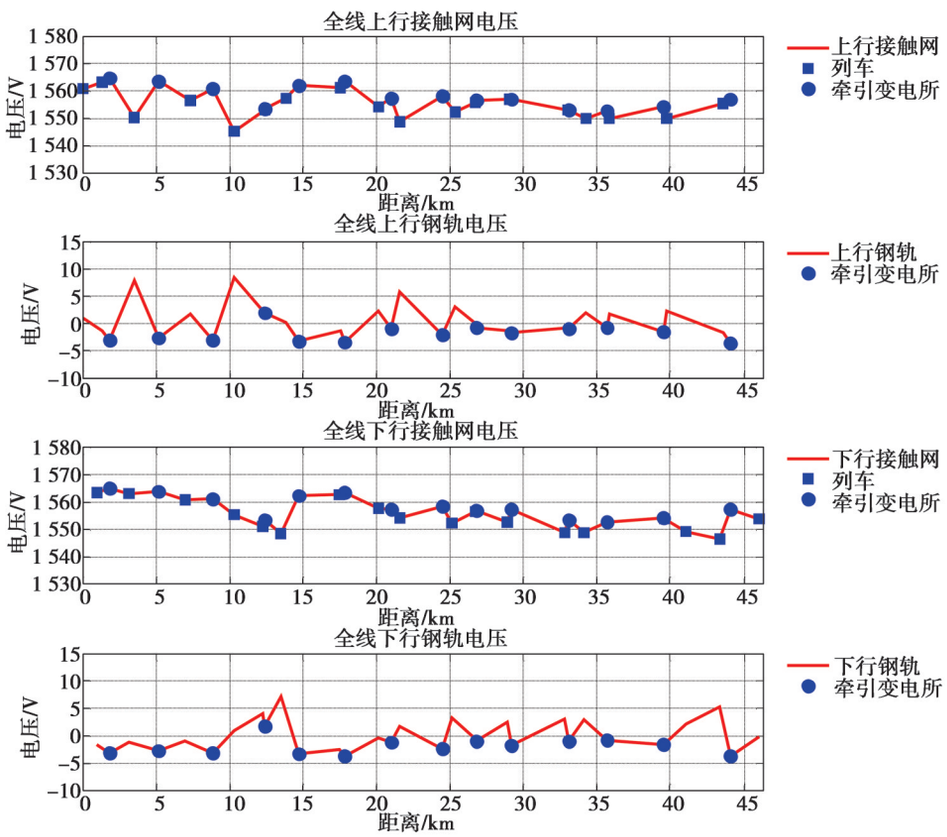
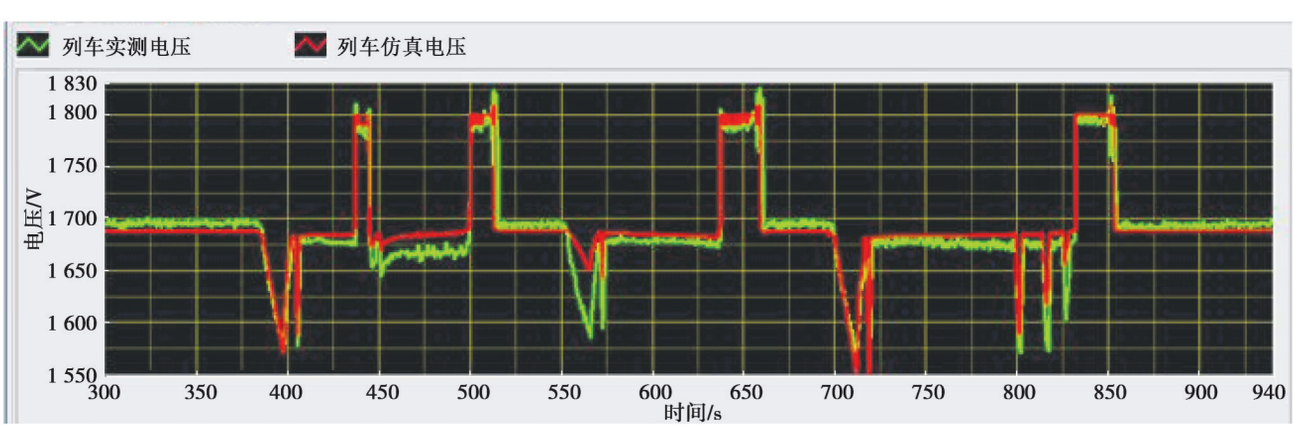
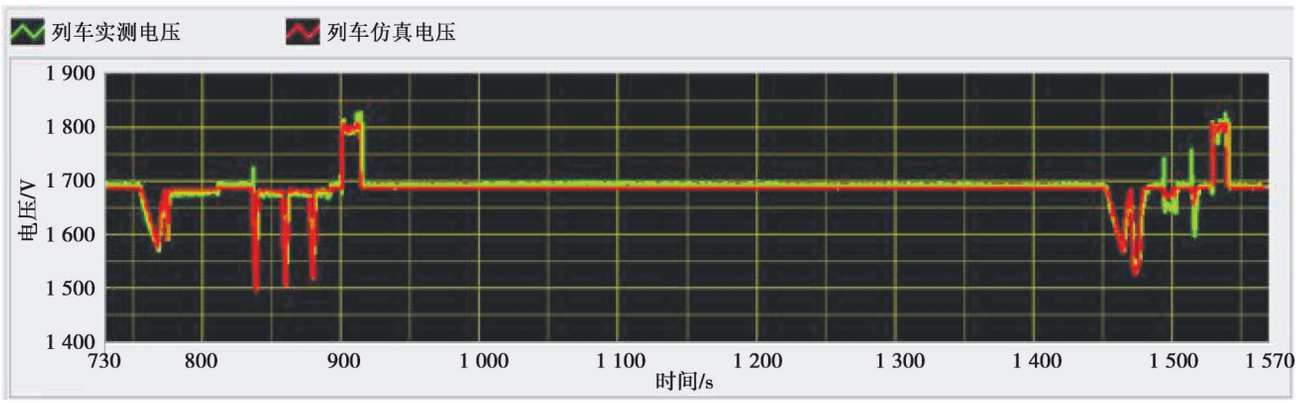


图 5　广州地铁 4 号线黄村站至金洲站直流牵引供电系统仿真波形

Fig. 5　Simulation waveform of DC traction power supply system from Huangchun station to Jinzhou station of Guangzhou metro line 4



(a) 300~940 s 列车仿真电压与实测电压对比



(b) 730~1 570 s 列车仿真电压与实测电压对比

图6　长沙轨道交通2号线单列车运行时的仿真电压与实测电压对比

Fig. 6　Comparison between simulated voltage and measured voltage during operation of a single train on Changsha metro line 2

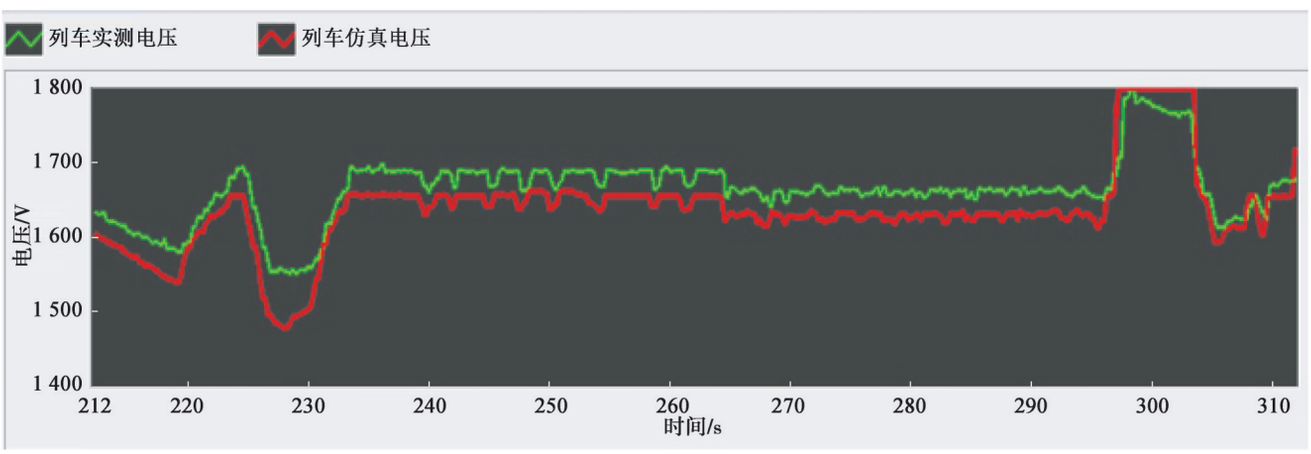


图7　长沙轨道交通2号线两列车运行时的仿真电压与实测电压对比

Fig. 7　Comparison between simulated voltage and measured voltage during operation of two trains on Changsha metro line 2

②按照位置坐标排列节点并存储至节点数组；

③根据节点数组自动生成直流牵引供电系统等效电路图；

④基于等效电路图，根据节点数组和输入参数文件自适应地生成直流牵引供电系统节点导纳网络方程。

在任意输入牵引变电所数量和位置且列车数量和位置随时间变化的情况下，本文提出的方法能自适应地实时动态生成直流牵引供电系统数学模型，该方法自适应能力强，可为城市轨道交通直流牵引系统设计和研究提供强有力的工具支持。

参考文献：

[1] CAI Y, IRVING M R, CASE S H. Modelling and numerical solution of multibranched DC rail traction power systems [J]. IEE Proceedings Electric Power Applications, 1995, 142 (5): 323-328.

[2] CHEN C S, CHUANG H J, SHIAU H M. Stochastic harmonic analysis of mass rapid transit power systems with uncontrolled rectifiers[J]. IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, 2003, 150(2): 224-232.

[3] HARRIS K. Jane's world railways[M]. UK: Janes Information Group, 2002.

[4] TYLAVSKY D J, TRUTT F C. The Newton-Raphson load flow applied to AC/DC systems with commutation impedance[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 1983, IA-19(6): 940-948.

[5] 于松伟, 杨兴山, 韩连祥, 等. 城市轨道交通供电系统设计原理与应用[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2008.
YU Songwei, YANG Xingshan, HAN Lianxiang, et al. Design principle and application of power system for urban rail transit[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2008.

[6] 李群湛, 贺建闽. 牵引供电系统分析[M]. 成都：西南交通大学出版社，2007.
LI Qunzhan, HE Jianmin. Analysis of traction power supply system[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2007.

[7] 王锡凡. 现代电力系统分析[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
WANG Xifan. Modern power system analysis[M]. Beijing:

Science Press, 2003.

[8] 王晓东, 张洪斌. 城市轨道交通直流牵引供电系统的仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2002, 14(12): 1692-1697.
WANG Xiaodong, ZHANG Hongbin. Simulation study of DC traction power supply system for urban rail transportation[J]. Journal of System Simulation, 2002, 14(12): 1692-1697.

[9] 刘海东, 何天健, 袁振洲, 等. 城市轨道交通直流牵引供电仿真系统的研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(9): 1944-1947.
LIU Haidong, HE Tianjian, YUAN Zhenzhou, et al. Simulation of DC traction power for mass transit railway[J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(9): 1944-1947.

[10] 刘炜. 城市轨道交通供电系统仿真[D]. 成都: 西南交通大学, 2006.
LIU Wei. The urban rail transportation power supply system simulation[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2006.

[11] TZENG Y S, WU R N, CHEN N. Unified AC/DC power flow for system simulation in DC electrified transit railways [J]. IEE Proceedings Electric Power Applications, 1995, 142 (6): 345-354.

[12] 张杰, 王坚, 陈华国, 等. 城市轨道交通直流牵引供电系统自适应实时动态数学建模方法: CN201410355243.7[P]. 2017-07-24.
ZHANG Jie, WANG Jian, CHEN Huaguo, et al. Adaptive real-time dynamic mathematical modeling method for DC traction power supply system of urban rail transit: CN201410355243.7[P]. 2017-07-24.

[13] 张莉明. 城市轨道交通直流供电系统故障定位的研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2012.
ZHANG Liming. Study on fault location of urban metro DC power supply system[D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2012.

[14] 刘学军, 于松伟, 刘学. 轨道交通牵引供电仿真模型与算法的研究[J]. 计算机仿真, 2004, 21(12): 6.
LIU Xuejun, YU Songwei, LIU Xue. Research on simulation model and algorithm of rail transit traction power supply[J]. Computer Simulation, 2004, 21(12): 6.

[15] 刘炜. 城市轨道交通列车运行过程优化及牵引供电系统动态仿真[D]. 成都: 西南交通大学, 2009.
LIU Wei. Research on optimization of urban railway train control and dynamic simulation of traction power supply system[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2009.