DOI：10.13890/j.issn.1000-128X.2022.05.021

铁道电气化

基于地铁列车再生制动能量有效利用的牵引负荷建模方法及应用

史　丹，高东升，杨　锐

（北京城建设计发展集团股份有限公司，北京　100032）

摘　要：目前，许多地铁线路利用地面储能装置回收列车再生制动能量。储能装置容量的配置与供电区间的牵引负荷再生制动功率特性密切相关。但是，传统牵引变电所二极管整流机组无法返送再生制动能量至电网，难以通过实测获得供电区间内的再生制动功率数据，储能装置容量配置缺少数据支撑。文章提出了一种基于单列车功率概率分布以及供电区间内列车数量概率分布的牵引负荷建模方法，并应用仿真模拟牵引负荷实现储能装置容量的多目标优化配置。该方法首先建立单列车不同工况下的功率概率分布模型，然后采用泊松分布对供电区间内列车数量进行建模，进而得到考虑列车时序关系的牵引负荷模型，最后基于变电所实测数据采用人工鱼群算法对所提牵引负荷模型进行参数辨识。通过详细算例对生成的牵引负荷功率正值部分的概率密度与实测功率概率密度进行比较，结果验证了建模的准确性与有效性。

关键词：地铁；再生制动；概率分布；牵引负荷；鱼群算法；城市轨道交通

中图分类号：U231　　**文献标识码：**A

文章编号：1000-128X(2022)05-0144-07

A traction load modeling method of metro trains based on the regenerative braking energy effective utilization and its application

SHI Dan, GAO Dongsheng, YANG Rui

(Beijing Urban Construction Design & Development Group Co., Ltd., Beijing 100032, China)

Abstract: Currently, many metro lines use ground energy storage facilities to gather regenerative braking energy of trains. The capacity configuration of the energy storage facility is closely associated with the characteristics of regenerative braking power of traction load in the power supply section. However, traditional diode rectifier unit of traction substation cannot transmit the regenerative braking energy back to the power grid, thus bringing difficulties in obtaining the data of regenerative braking power of the traction power supply section through field testing, so the configuration of the capacity of energy storage device lacks data support. This paper proposed a traction load modeling method based on the probability distribution of single train power and the probability distribution of the number of trains in the power supply section, and traction load simulation was used to realize the multiple-target optimization configuration of energy storage facility capacity. This method first established the power probability distribution model of a single train under different working conditions, and then used Poisson distribution to model the number of trains in the power supply section, and then obtained the traction load model considering the time sequence of train. At last, artificial fish swarm algorithm was used to identify the parameters of the proposed traction load model. The probability density of the positive part of traction load power generated by detailed example was compared with the measured data, and the results had verified the accuracy and validity of the modeling.

Keywords: metro; regenerative braking; probability distribution; traction load; artificial fish swarm algorithm; urban rail transit

收稿日期：2021-07-19；修回日期：2022-08-21
基金项目：西安市轨道交通集团有限公司重点项目（D10-YJ-102022008）
通信作者：史　丹（1990—），女，硕士，工程师，主要从事城市轨道交通供配电设计；E-mail: qianduixue90@126.com

0　引言

目前，国内多数城市地铁线路设置再生制动能量吸收装置用来吸收车辆的制动能量[1-2]。再生制动能量吸收装置现行主流产品有电容储能吸收装置、飞轮储能装置和能馈型吸收装置。随着电池和超级电容技术的发展，储能式再生制动能量吸收装置成为未来城市轨道交通再生能量吸收装置的热门发展方向。储能装置容量作为关键参数，直接关系到储能装置的安装成本以及预期收益。储能装置容量的确定往往需要准确的目标牵引供电区间的再生制动能量数据。但是，由于大多数地铁线路采用二极管整流机组供电[3]，导致无法在牵引变电所侧直接测量获得供电区间所有负荷产生的再生制动能量数据。因此，可根据单列车的牵引负荷特性和地铁线路运行图，通过仿真计算预测整个供电区间的再生制动能量。

目前地铁列车的牵引负荷模型主要有3种：一是电流源或功率源模型[4]，通常用地铁列车牵引负荷的平均值或者最大值作为模型参数，无法用于计算地铁列车的再生制动能量；二是基于牵引计算的实时动态负荷模型[5]，这种模型在一定程度上可以反映负荷的实时波动性，但是由于输入的外部参数过多，计算过程流程化，对负荷波动性描述比较粗糙，难以满足地面储能装置容量优化的要求；三是基于概率统计的列车负荷概率模型[6]，这种模型根据列车的实测数据统计特征建立列车负荷模型，充分反映列车负荷的随机性，同时也能表征列车负荷的均值和方差水平。列车负荷概率模型忽略了列车负荷的时序性，在需要列车负荷的整体特征而非瞬时特性时，该模型具有较好效果。

本文参考第三种负荷建模的思路，提出一种考虑地铁列车再生制动的牵引负荷建模方法，具体如下：首先，基于列车实测数据，建立了列车负荷概率模型；随后，根据地铁列车运行图分析列车数量的分布特征，并给出列车追踪间隔生成方法；然后，采用人工鱼群算法对模型参数进行辨识，并通过与实测数据对比，验证了该参数辨识方法的有效性；最后，通过计算即可仿真生成含再生制动的地铁列车负荷，用于地铁储能系统容量参数配置优化。本文结合混合储能系统对系统相关负荷数据的要求，对上述所提出的地铁列车负荷生成方法进行了应用。

1　地铁牵引负荷建模

1.1　列车牵引负荷的功率概率模型

地铁列车运行工况主要有启动工况、牵引工况、巡航工况、惰行工况和制动工况。其中启动工况与牵引工况对应列车正向负荷最大情况，此时列车需要不断加速直至达到限速。惰行工况时，列车所受力只有阻力，无牵引力，此时列车牵引负荷近似为零。巡航工况时列车已经达到限速值，牵引力与阻力相平衡，此时列车虽然有少量正向牵引负荷，但是相对于启动、牵引工况而言其数值很小。制动工况时，列车的牵引负荷为负值。

如果严格按照运行图运行，列车牵引负荷应当呈现极强的规律性；同时受各种自然因素、轨道的坡度以及司机操作习惯的影响，列车牵引负荷也会表现出一定的随机波动性。西安某地铁列车牵引负荷实测曲线如图1所示。从图1曲线可以看出，地铁列车牵引负荷同时呈现出规律性和随机性。

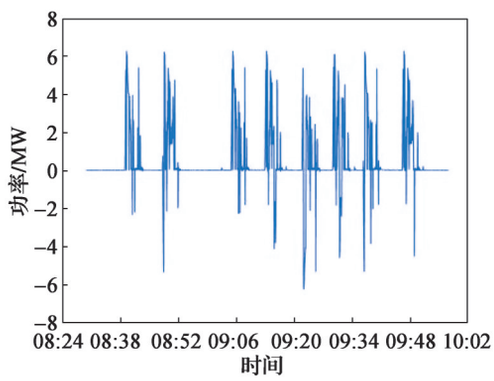

图1　西安某地铁列车牵引负荷实测

Fig. 1　Traction load measurement of a line of Xi’an metro

对该列车在供电区间内的实测功率进行概率密度统计，结果如图2所示。分析图2可知，地铁列车的负荷在多数情况下是一个非常小的值，表明列车大部分时间运行在惰行或巡航工况。另外，列车再生制动工况在列车的运行工况中占有较大比例，其总概率密度近似等于启动以及牵引工况的概率密度。

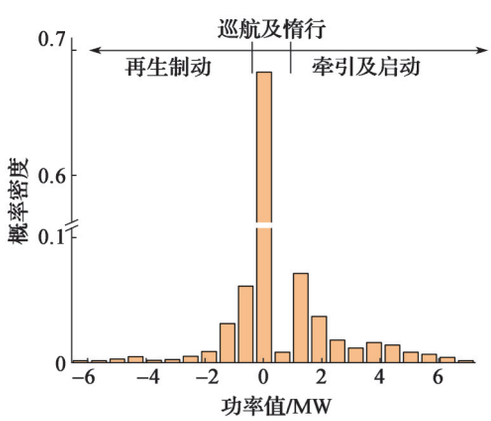

图2　地铁列车牵引负荷概率密度

Fig. 2　Probability density of the metro train traction load

为了充分研究不同工况对列车总体产生的再生制动能量的影响，本文将分3种情况对列车负荷概率密度进行建模：①列车巡航及惰行工况，②启动及牵引工况，③再生制动工况。

列车在巡航及惰行工况下的功率一般近似为0，最大不超过1 MW，如图2中间标注部分所示，其概率密度为0.652 7。这一部分功率的取值范围为0～0.423 6 MW。实际上，这部分功率取值具有较大随机性，其在0～0.423 6 MW内的各个功率点取值概率相近。因此，可以把该部分功率取值等效为在取值范围区间上的均匀分布，以表征列车在巡航或惰行工况下的功率随机性。

对于列车在启动及牵引工况下的功率，为更加准确地对其功率分布特性进行描述，需要计算其条件概率密度值，即已知列车处于启动或牵引的状态下，求落在各个功率区间的功率概率密度。转换之后的概率密度值如图3所示。

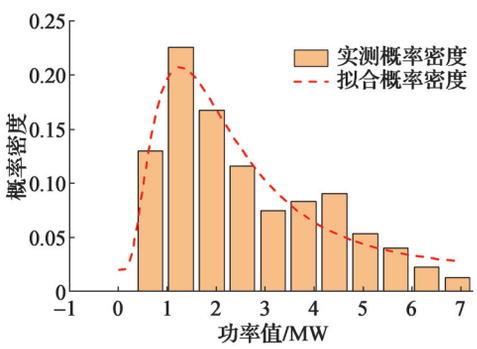

图3 启动及牵引工况下的功率实测与拟合

Fig. 3 Measurement and fitting of power under start and traction conditions

由图3可知，列车此时的概率密度呈现出一定的偏态中心分布特征。使用对数正态分布公式[7-8]对图3中的概率密度进行拟合，拟合公式如(1)所示。

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma x}\exp\left[-\dfrac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], & x>0\\ 0, & x\leqslant 0\end{cases} \tag{1}$$

式中：μ为分布的期望；σ为分布的方差；x为列车功率。

拟合结果如图3中的红色虚线所示。本文采用决定系数指标来评价拟合效果优劣，决定系数取值范围为(0, 1)，越接近1表示拟合效果越好。采用MATLAB对式(1)进行拟合计算后得出决定系数为0.934 8，参数拟合结果如表1所示。从拟合结果及决定系数可知，列车在启动或牵引工况下的概率密度符合对数正态分布相关特征，由于牵引状态下的列车功率不高，但时间较长，概率较大，而大功率往往发生在启动时的短暂时间内，概率较小，因此列车功率的整体分布特征会呈现中心左偏的现象，这与对数正态分布的相关特征吻合。

对于列车在再生制动工况下的功率概率密度，同样需要转换为条件概率密度。由于再生制动功率为负值，为了简化计算，将其取绝对值转换为正值进行分析。转换后的概率密度值分布如图4所示。

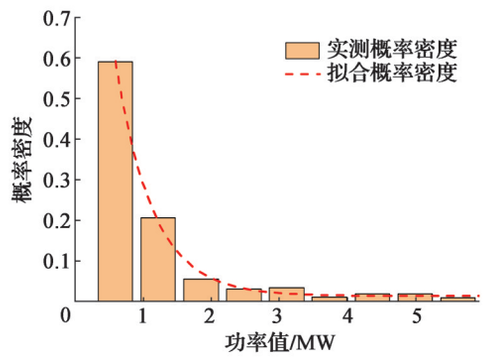

图4 再生制动工况下的功率实测与拟合

Fig. 4 Measurement and fitting of power under the regenerative braking condition

由图4可知，列车再生制动功率大多集中在较小的功率值附近，这是因为较大的再生制动功率代表急刹车行为，若司机操作得当，急刹车行为应当尽可能少。因此，列车的再生制动功率概率密度呈现出明显的随功率值增大而显著下降的趋势，这一趋势符合指数分布特征，故使用指数分布公式对图4中的概率密度进行拟合，拟合公式为

$$f(x)=\frac{1}{\theta}\exp\left(-\frac{1}{\theta}x\right),\ x>0 \tag{2}$$

式中：θ为指数分布模型参数；x为列车功率。

拟合结果如图4中的红色虚线所示，拟合参数详见表1。从图4可知，指数分布吻合实际的概率密度值，且拟合曲线的决定系数达到0.987 8。

表1 不同工况下的拟合结果

Table 1 Fitting results under different working conditions

列车工况	拟合分布	拟合参数	决定系数
启动或牵引	对数正态分布	μ=0.693 1，σ=0.680 4	0.934 8
再生制动	指数分布	θ=0.566 5	0.987 8

1.2 地铁列车追踪间隔分析

在同一供电区间可能存在多辆列车，故列车数量也是整个供电区间内总牵引负荷的关键因素之一。受列车运行图的约束，在某个供电区间中的列车数量服从一定规律分布。为进一步分析，本文选取了西安地铁某线路7:00—9:00的运行图进行列车数量概率密度统计，如图5所示，其中红色线表示上行方向，蓝色线表示下行方向。

统计的列车数量概率密度结果如图6所示，统计时间间隔为1 min。由于单列车是否出现在一个供电区间内的事件可用二项分布进行建模，因此可采用二项分布的极限近似——泊松分布表示列车数量分布，分布公式为

$$f(x=k)=\frac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda},\ k=0,1,2,\cdots \tag{3}$$

式中：λ为泊松分布模型参数；x为列车数量。

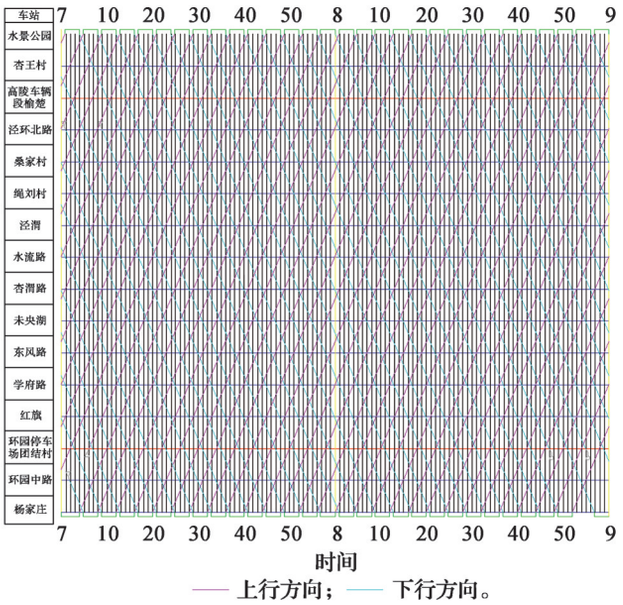

图5　地铁线路部分运行图

Fig. 5　Part of the metro line operation chart

拟合结果如图6中的蓝色虚线所示，拟合公式的决定系数为0.940 9，参数λ为4.414 3。从参数拟合结果和决定系数可以看出，泊松分布模型可以准确反映列车数量的分布特征。

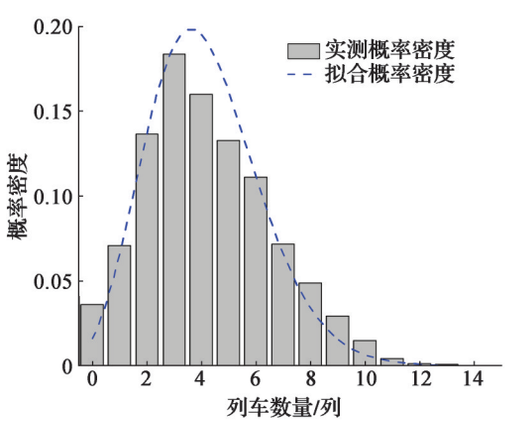

图6　列车数量概率密度实测与拟合

Fig. 6　Measurement and fitting of the probability density of train number

1.3　考虑列车时序关系的牵引负荷生成

基于上述分析，对地铁列车的功率概率分布以及列车追踪间隔进行抽样可得到总牵引负荷。牵引负荷的表达式为

$$P_{\mathrm{T}}=\sum_{i=1}^{N}P_{\mathrm{train},i}+C \tag{4}$$

式中：C为供电区间内的空载损耗；N为当前在供电区间内的列车总数；$P_{\mathrm{train},i}$为第i列列车当前的功率；P_{T}为供电区间内总的牵引功率。

根据牵引负荷的功率概率分布特性，本文提出了一种考虑时序的牵引负荷生成方法，这种方法首先抽样生成列车追踪间隔，在每个时刻检查追踪间隔时间是否得到满足，若得到满足，则目标供电区间的列车数量加1，同时检查是否有列车驶出该供电区间，若某列车已驶出该供电区间，则其不再参与牵引负荷计算，列车数量检查流程如图7所示；同时在每个时刻都对供电区间内的地铁列车功率进行抽样，得到每列列车的当前功率，并按式(4)生成供电区间在当前时刻的牵引负荷。

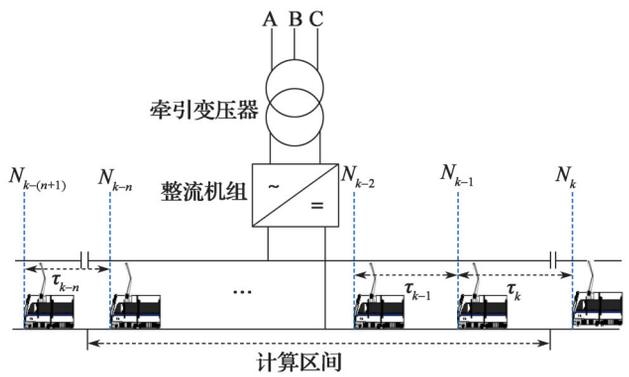

图7　列车数量计算示意图

Fig. 7　Calculation diagram of train number

2　牵引负荷参数辨识算法

2.1　目标函数

若上述过程模拟生成的牵引负荷概率密度与实测负荷的概率密度接近，则该牵引负荷模型就可用于对实际牵引负荷的估计。此过程的关键是通过恰当辨识方法得到正确参数，准确表征供电区间内所有列车再生制动能量的整体水平。在进行参数辨识时，设置目标函数如式(5)所示。

$$\min f=\sum_{i=1}^{N}\left|\frac{1}{2\Delta x}\frac{l_i}{l_{\mathrm{total}}}-y_i\right| \tag{5}$$

式中：y_i为第i个数据点的概率密度值；Δx为概率密度统计区间长度的一半；N为统计区间总数；l_{total}为总样本数；l_i为落到功率区间[$x_i-\Delta x$，$x_i+\Delta x$）内的样本总数（x_i为第i个数据点的有功功率值）。

2.2　算法设计

根据前述分析可知启动或牵引工况下的概率分布服从对数正态分布(μ, σ)，再生制动工况下概率分布服从指数分布(θ_1)，同一供电区间内的列车数量服从泊松分布。根据存在定理：若一个变量服从泊松分布，则该变量的倒数符合指数分布。供电区间内的列车数量与追踪间隔成反比例关系，因此追踪间隔服从指数分布(θ_2)。综上所述，只需辨识出μ、σ、θ_1、θ_2这4个参数，即可得到完整的牵引负荷模型，本文采用人工鱼群算法[9]对参数进行辨识，具体参数辨识流程如图8所示。

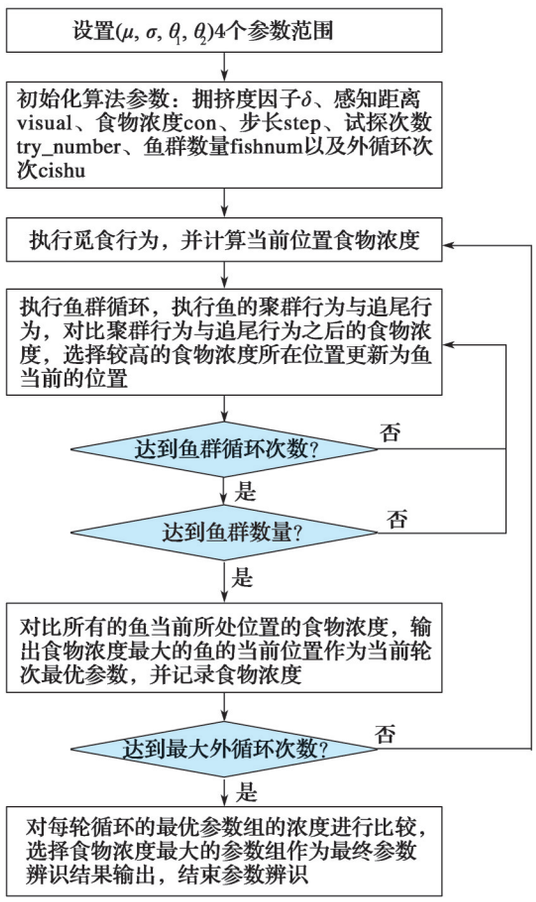

图 8　人工鱼群算法的参数辨识流程

Fig. 8　Parameter identification process of artificial fish swarm algorithm

3　参数辨识算例分析

以西安地铁某牵引变电所实测概率密度为例，采用人工鱼群算法对其进行参数辨识，鱼群算法相关参数设置如下：拥挤度因子 δ=0.618，感知距离 visual=1，步长 step=0.1，试探次数 try_number=10，鱼群数量 fishnum=25，外循环次数 cishu=20，所辨识参数的范围如表 2 所示。牵引负荷生成相关参数设置如下：线路长度 L=12 km，列车速度 v=80 km/h，线路空载损耗 C=0.2 MW，仿真时长 T_{sim}=86 400 s，再生制动总概率 pre=0.161 7，启动或牵引总概率 pt=0.185 6。

表 2　辨识参数范围

Table 2　Rang of identified parameters

参数	范围	辨识结果
μ	[−3,3]	−0.338 4
σ	[0.1,1]	0.654 8
θ_1	[0.1,2]	0.100 0
θ_2	[0.1,1.5]	0.915 5

辨识结果如表 2 所示，将辨识参数生成的牵引负荷再生制动功率累积概率密度与实测累积概率密度进行比较，结果如图 9 所示。由图 9 可知，仿真累积概率密度值与实测累积概率密度值十分接近，其均方误差低于 0.01，验证了本文方法的准确性。

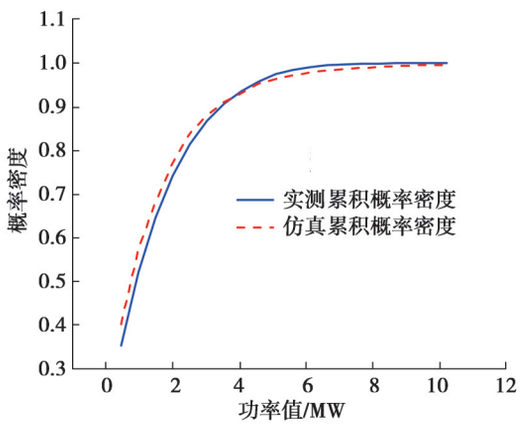

图 9　累积概率密度实测与仿真

Fig. 9　Measurement and simulation of the cumulative probability density

4　基于储能装置容量评估的牵引负荷模型应用

牵引负荷特性是地铁储能装置容量配置优化过程中的重要依据，具体包括再生制动负荷均值、再生制动负荷 95% 概率大值、正向牵引负荷均值、正向牵引负荷 95% 概率大值等。如果考虑牵引负荷的时序特性，那么能更加准确地模拟实际牵引负荷情况，从而可以实现对最优容量配置的储能装置实时特性进行仿真[10-12]。本文所提牵引负荷模型可以实现上述所有功能，根据上文所述的参数辨识结果，结合 1.3 节中的时序牵引负荷生成方法，生成的时序牵引负荷如图 10 所示。从图 10 可以看出，生成的牵引负荷具有地铁牵引负荷的随机性和时序性特征，并且包含了一定的再生制动功率，可以将其作为输入参数用于储能系统容量配置优化研究。

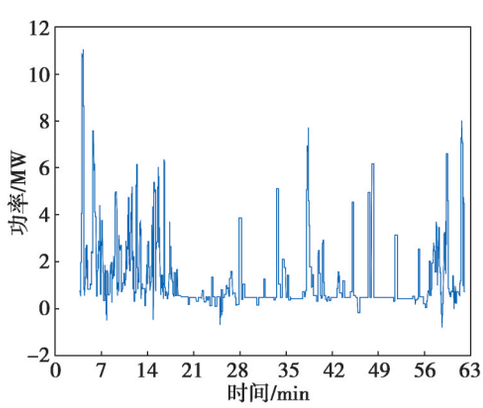

图 10　生成的时序牵引负荷

Fig. 10　The generated sequence traction load

表 3 为生成的 24 h 负荷各项指标统计结果，这些指标可以为不同优化目标下的储能装置容量配置提供数据支撑：①如果容量配置优化目标是充分吸收再生制

动能量，尽可能减少再生制动能量消耗在制动电阻上，储能装置的容量应设定为再生制动负荷95%概率大值。②如果容量配置优化目标是实现再生制动能量吸收效果与储能装置安装成本的均衡，实现经济效益最大化，则应当选择容量靠近再生制动均值的储能装置容量。③如果容量配置优化目标是利用储能装置在吸收再生制动能量的同时增强牵引供电系统的供电能力，则储能装置也应向牵引负荷提供一定功率，储能装置的容量应设定为牵引负荷均值或95%概率大值。储能装置容量配置需要综合考虑上述安装成本、再生制动能量吸收效果、增强供电能力等多方面因素实现多目标优化，但各个优化目标的权重应视具体线路情况而定。对于这种复杂情况下的容量配置优化问题，需使用相关最优化算法并结合以上指标对储能装置的容量做具体计算[13-15]。

表3　生成的负荷各项指标

Table 3　Generated indicators of the traction load　　MW

参数项目	再生制动负荷均值	再生制动负荷95%概率大值	牵引负荷均值	牵引负荷95%概率大值
参数值	−0.407 6	−1.121 5	1.540 8	5.393 0

5　结论与展望

影响地铁牵引供电区间内负荷特性的主要因素是供电区间内的列车数量及各列列车的功率。本文基于实测列车功率的概率密度统计、列车数量的概率密度统计，得到了与之吻合的概率分布。结果表明，列车功率的启动或牵引工况下的概率密度分布服从对数正态分布；再生制动工况下的概率密度分布服从指数分布；某一时刻供电区间内的列车数量服从泊松分布。同时，基于牵引负荷的各个因素的概率分布特性，提出了一种考虑时序的地铁牵引负荷生成方法，并将其生成的累积概率密度与实测地铁牵引负荷累积概率密度进行对比，验证了该方法所生成负荷的可靠性。最后，应用牵引负荷生成指标对储能装置容量实现多目标优化配置。该方法对已有较多运行数据的既有线路可以直接应用。但针对尚未开通的线路，由于缺乏运行数据，需要综合参考其他线路数据和设计指标进行建模，如何保证建模及预测功率密度的准确性将是后续研究的重点。

参考文献：

[1] 杨中平, 林飞. 储能技术在地面式再生制动能量吸收和利用装置中的应用[J]. 都市快轨交通, 2021, 34(6): 1-8.
YANG Zhongping, LIN Fei. Application of energy storage technology in stationary regenerative braking energy absorption and utilization devices[J]. Urban Rapid Rail Transit, 2021, 34(6): 1-8.

[2] 林仕立, 宋文吉, 陈明彪, 等. 地铁制动能量回收的混合储能系统及其参数设计[J]. 城市轨道交通研究, 2020, 23(10): 75-79.
LIN Shili, SONG Wenji, CHEN Mingbiao, et al. Hybrid energy storage system and the parameter design for metro braking energy recovery[J]. Urban Mass Transit, 2020, 23(10): 75-79.

[3] 张俊婷. 基于MATLAB/Simulink的城市轨道交通交直流供电系统建模仿真[D]. 北京: 北京交通大学, 2017.
ZHANG Junting. Modeling and simulation of AC/DC power supply system for urban rail transit based on MATLAB/Simulink[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017.

[4] 吴命利. 电气化铁道牵引网的统一链式电路模型[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(28): 52-58.
WU Mingli. Uniform chain circuit model for traction networks of electric railways[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(28): 52-58.

[5] 万庆祝, 吴命利, 陈建业, 等. 基于牵引计算的牵引变电所馈线电流仿真计算[J]. 电工技术学报, 2007, 22(6): 108-113.
WAN Qingzhu, WU Mingli, CHEN Jianye, et al. Simulating calculation of traction substation's feeder current based on traction calculation[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2007, 22(6): 108-113.

[6] 杨少兵, 吴命利. 电气化铁道牵引变电所负荷概率模型[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(24): 40-45.
YANG Shaobing, WU Mingli. A load probability model for electrified railway traction substations[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(24): 40-45.

[7] 张久军, 李琦, 杨瑞梅, 等. 检测对数正态分布位置参数和尺度参数的控制图[J]. 数理统计与管理, 2018, 37(5): 864-870.
ZHANG Jiujun, LI Qi, YANG Ruimei, et al. Control charts for the lognormal location and scale parameter[J]. Journal of Applied Statistics and Management, 2018, 37(5): 864-870.

[8] 洪祎祺, 魏丹萍, 袁伟刚, 等. 基于对数正态分布的电缆状态评估方法研究[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(2): 79-84.
HONG Yiqi, WEI Danping, YUAN Weigang, et al. Research on cable state evaluation method based on logarithmic normal distribution[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(2): 79-84.

[9] 李晓磊, 邵之江, 钱积新. 一种基于动物自治体的寻优模式:鱼群算法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(11): 32-38.
LI Xiaolei, SHAO Zhijiang, QIAN Jixin. An optimizing method based on autonomous animats: fish-swarm algorithm[J]. Systems Engineering - Theory & Practice, 2002, 22(11): 32-38.

[10] 任凯, 蒋玮, 杨波, 等. 用于平抑间歇性负荷的混合储能系统优化分频定容技术[J]. 电力自动化设备, 2021, 41(7): 81-87.
REN Kai, JIANG Wei, YANG Bo, et al. Optimal frequency division and capacity determination technology of hybrid energy storage system for suppressing intermittent load[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(7): 81-87.

[11] 刘昊天. 综合能源系统中的混合储能配置优化研究[J]. 节能, 2021, 40(2): 29-33.
LIU Haotian. Research on optimization of hybrid energy storage configuration in integrated energy system[J]. Energy Conservation, 2021, 40(2): 29-33.

[12] 冯璐, 李斌, 张新敬, 等. 考虑需求侧响应的风储系统容量配置优化分析[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(增刊 1): 222-231.
FENG Lu, LI Bin, ZHANG Xinjing, et al. Capacity allocation optimization of energy storage system considering demand side response[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40 (Suppl 1): 222-231.

[13] LU Xiaoying, WANG Haoyu. Optimal sizing and energy management for cost-effective PEV hybrid energy storage systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(5): 3407-3416.

[14] ŞENGÖR İ, KILIÇKIRAN H C, AKDEMIR H, et al. Energy management of a smart railway station considering regenerative braking and stochastic behaviour of ESS and PV generation[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 9(3): 1041-1050.

[15] LIU Yuanli, CHEN Minwu, LU Shaofeng, et al. Optimized sizing and scheduling of hybrid energy storage systems for high-speed railway traction substations[J]. Energies, 2018, 11(9): 2199.