

# 超级电容有轨电车节能驾驶方法研究

张华志<sup>1,2</sup>, 付程成<sup>2</sup>, 肖 壮<sup>2</sup>, 王青元<sup>2</sup>, 冯晓云<sup>2</sup>, 何 斌<sup>1</sup>

(1. 中铁第四勘察设计院集团有限公司, 湖北 武汉 430063;

2. 西南交通大学 电气工程学院, 四川 成都 611756)

**摘要:** 针对超级电容有轨电车节能驾驶问题, 系统性考虑车辆牵引/制动特性、区间运行时间约束、线路坡度值变化、超级电容充放电能力等条件, 提出一种基于极大值原理的最优操纵规则的改进动态规划算法。文章介绍了有轨电车运行系统模型, 构建节能驾驶优化问题; 基于极大值原理分析总结超级电容有轨电车节能驾驶工况集, 结合动态规划思路构建速度轨迹状态空间; 采用二分法迭代求解满足准点时间约束的节能驾驶速度曲线。仿真结果表明, 改进动态规划算法比常规动态规划算法有更好的求解效率和求解质量, 同时超级电容有轨电车的高再生制动利用率会提高电制动工况的使用时机, 压缩惰行工况的使用时机。

**关键词:** 城市轨道交通; 节能优化; 再生制动; 超级电容有轨电车; 改进动态规划; 仿真

**中图分类号:** U482.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-128X(2022)05-0123-06

## Research on eco-driving strategies for supercapacitor trams

ZHANG Huazhi<sup>1,2</sup>, FU Chengcheng<sup>2</sup>, XIAO Zhuang<sup>2</sup>, WANG Qingyuan<sup>2</sup>, FENG Xiaoyun<sup>2</sup>, HE Bin<sup>1</sup>

(1. China Railway Fourth Survey and Design Institute Group Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430063, China;

2. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 611756, China)

**Abstract:** Focusing on the eco-driving for supercapacitor trams, considering traction/braking characteristics, trip operation time constraint, variable value of slope and power constraints of supercapacitor, a modified dynamic programming method was proposed with consideration the optimal manipulation derived from the maximum principle. Firstly, the system model was introduced, and an optimization problem was constructed. Then, eco-driving regimes of supercapacitor trams were analyzed based on the maximum principle. The state space of velocity trajectory was constructed integrating dynamic programming. Finally, the bi-section method was utilized to find optimized eco-driving speed profiles to satisfied the trip time constraint. Simulation results show that the better solve efficiency and quality can be obtained by the modified dynamic programming compared to the traditional dynamic programming. The high utilization rate of regenerative braking for supercapacitor trams increases the usage of electric braking condition and shrinks the usage of coast condition.

**Keywords:** urban rail transit; energy saving optimization; regenerative braking; supercapacitor tram; adaptive dynamic programming; simulation

## 0 引言

城市轨道交通具有运量大、能效高和便捷的特点,

其运营里程呈快速增长的趋势, 列车运行能耗也因此急剧增加。装备车载储能设备的有轨电车可通过自身储能装置实现列车再生制动能量的有效回收<sup>[1]</sup>, 受到了广泛关注和应用。同时, 优化列车运行速度曲线合理

收稿日期: 2021-08-05; 修回日期: 2021-09-06

基金项目: 四川省重点研发计划项目 (2020YFQ0057)

通信作者: 付程成 (1997—), 男, 硕士研究生, 研究方向为列车运行优化控制; E-mail: fuchengcheng1997@163.com

利用线路势能,进一步降低克服运行阻力所需的牵引能耗<sup>[2-3]</sup>。

针对再生制动能量回收问题,基于制动速度优化<sup>[4]</sup>和制动力分配<sup>[5]</sup>的方法被应用于提高燃料电池有轨电车制动能量回收率,降低了系统能耗。针对列车速度曲线优化问题,国内外学者进行了大量的理论研究和工程实践。庞特里亚金极大值原理是分析列车节能优化操纵问题的有效方法<sup>[6-9]</sup>,通过伴随变量的计算得到最优工况切换点,计算精度较高,但该类方法理论分析复杂,计算量大。基于数学规划算法的求解方法将列车节能优化问题表述为数学规划问题,通过混合整数线性规划(MILP)求解<sup>[10-11]</sup>,明显提高了计算效率,但需要进行线性化处理,其线性化处理的离散精度对求解速度影响较大。动态规划(DP)算法<sup>[12-14]</sup>适用于求解分阶段最优问题,但是随着列车速度曲线优化问题规模的扩大,常规动态规划在求解时会出现“维数灾”,求解效率大大降低。

基于极大值原理分析得到的最优操纵策略,仅对速度进行离散,本文提出一种改进动态规划算法,可大幅降低状态空间,从而提高求解速度;充分考虑列车牵引/制动特性、储能装置充放电能力和运行线路条件,在保证列车准点运行的前提下,充分利用再生制动能量,降低运行能耗。

## 1 系统模型

### 1.1 列车纵向运动学模型

列车的运行速度由列车自身发挥的牵引力和外部运行阻力决定。以列车运行位置为自变量,结合受力分析和牛顿第二定律,列车纵向运动学模型描述如下:

$$\frac{dv}{ds} = \frac{F_t(v) - F_b(v) - F_0(v) - F_s(s)}{(1 + \gamma)mv} \quad (1)$$

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{v} \quad (2)$$

式中:  $s$  为列车运行位置;  $m$  为整车质量;  $v$  为列车运行速度;  $\gamma$  为回转质量系数;  $t$  为运行时间;  $F_b(v)$  为空气制动力;  $F_t(v)$  为牵引电机输出力(当  $F_t(v) > 0$  时,表示牵引力;当  $F_t(v) < 0$  时,表示电制动力);  $F_0(v)$  表示列车速度为  $v$  时的基本运行阻力;  $F_s(s)$  为列车在  $s$  处的附加阻力。

其中,基本运行阻力  $F_0(v)$  和附加阻力  $F_s(s)$  为<sup>[15]</sup>:

$$F_0(v) = a + bv + cv^2 \quad (3)$$

$$F_s(s) = mg \sin \alpha + mgR/r \quad (4)$$

式中:  $a$  为滚动阻力系数;  $b$  为其他机械阻力系数;  $c$  为外部阻力系数;  $g$  为重力加速度;  $R$  为常数;  $\alpha$  为线路坡度值;  $r$  为曲线半径。

列车轮周机械功率  $P_t$  为

$$P_t(v) = F_t(v) \cdot v \quad (5)$$

### 1.2 超级电容模型

超级电容可等效为电容和电阻的串联模型,其动态过程采用电阻和电容串联的一阶等效电路来表示。超级电容电流  $i_{sc}$ 、输出电压  $v_{sc}$  和功率  $P_{sc}$  的相互关系可表示如下:

$$i_{sc} = -C_{sc} \frac{du_{sc}}{dt} \quad (6)$$

$$v_{sc} = u_{sc} - i_{sc} R_{sc} \quad (7)$$

$$P_{sc} = v_{sc} \cdot i_{sc} \quad (8)$$

式中:  $C_{sc}$  为超级电容容量;  $R_{sc}$  为超级电容内阻;  $u_{sc}$  为超级电容开路电压。

列车牵引电机功率由超级电容提供,将列车牵引链路效率等效为  $\eta_t$ ,则轮周机械功率  $P_t$  与超级电容输出功率  $P_{sc}$  存在如下关系:

$$P_{sc} = \begin{cases} \frac{P_t(F_t(v), v)}{\eta_t}, & F_t \geq 0 \\ P_t(F_t(v), v) \eta_t, & F_t < 0 \end{cases} \quad (9)$$

## 2 节能驾驶问题

以超级电容输出能耗最小化为目标,建立节能驾驶的目标函数为

$$J = \int_{s_0}^{s_f} \frac{P_{sc}(F_t(v), v)}{v} ds \quad (10)$$

式中:  $s_0$  和  $s_f$  分别为线路起点和终点。

同时,系统模型约束为

$$v(s) \leq v_{lim}(s) \quad (11)$$

$$F_{t, min}(v) \leq F_t(v) \leq F_{t, max}(v) \quad (12)$$

$$0 \leq F_b(v) \leq F_{b, max}(v) \quad (13)$$

$$P_{sc, min}(u_{sc}) \leq P_{sc}(s) \leq P_{sc, max}(u_{sc}) \quad (14)$$

$$v(s_0) = v(s_f) = 0 \quad (15)$$

$$t(s_f) - t(s_0) = T \quad (16)$$

式中:  $v_{lim}(s)$  为线路限速;  $F_{t, min}(v)$ ,  $F_{t, max}(v)$  分别为最大电制动力和最大牵引力;  $P_{sc, min}(u_{sc})$ ,  $P_{sc, max}(u_{sc})$  分别为超级电容运行输出的最小和最大功率;  $T$  为时刻表规定区间运行时间。

选取列车车速  $v$  和运行时间  $t$  这 2 个状态变量构成状态向量  $\mathbf{X} = [v \ t]^T$ , 控制系数构成控制向量  $\mathbf{U} = [F_t(v) \ F_b(v)]^T$ , 综合考虑列车动力性能、线路条件、运行时刻表和超级电容充放电特性,有轨电车节能优化模型可表述为:

$$\left. \begin{aligned} \min J &= \int_{s_0}^{s_f} g(\mathbf{X}(s), \mathbf{U}(s), s) ds \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \dot{\mathbf{X}}(s) = \mathbf{f}(\mathbf{X}(s), \mathbf{U}(s), s) \\ \mathbf{c}_{min} \leq \mathbf{C}(\mathbf{X}(s), \mathbf{U}(s), s) \leq \mathbf{c}_{max} \\ \mathbf{e}(\mathbf{X}(s_0), \mathbf{X}(s_f), s_0, s_f) = \mathbf{E} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中:  $g$ 为列车运行能耗函数, 由式(10)表示;  $f$ 为动力学向量函数, 由式(1)和式(2)表示;  $C$ 为状态量和控制变量的不等式约束向量函数, 由式(11)~式(14)表示;  $e$ 为列车运行过程的等式约束向量函数, 由式(15)和式(16)表示;  $E$ 数据集合为运行区间起始点和终点对应的速度和时间。

### 3 改进动态规划算法

式(17)表示的优化问题是一个非线性、非凸问题, 动态规划算法是求解该类问题的有效方法。但常规动态规划算法求解过程需要同时离散化列车位置和速度, 由于离散精度的影响, 速度曲线不存在全力牵引、全力制动工况和绝对的惰行工况; 离散化步长较大影响计算精度, 离散化步长过小则使得状态空间大, 计算耗时长, 同时得到的速度曲线呈现“锯齿状”。为克服以上问题, 本文基于极大值原理推导的最优控制工况集, 提出一种改进的动态规划算法。

#### 3.1 极大值原理分析

首先, 构建如下哈密顿 (Hamiltonian) 函数, 其数学表达为

$$H = \frac{P_{sc}}{v} + \frac{\lambda_t}{v} + \lambda_v \left[ \frac{F_t(v) - F_b(v) - F_0(v) - F_s(s)}{v} \right] \quad (18)$$

式中:  $\lambda_t$ ,  $\lambda_v$  分别为运行时间  $t$  和速度  $v$  对应的伴随变量。

由式(18)可知, 哈密顿函数不显含时间  $t$ , 则

$$\lambda'_t = -\frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (19)$$

这表明  $\lambda_t$  为一个表征列车运行时间的常数<sup>[7]</sup>。

根据文献[7]推导可知, 列车节能最优控制工况集包含最大牵引加速、牵引恒速、惰行、部分电制动恒速、最大电制动、部分综合制动和最大制动减速共7种工况。各工况的应用遵循以下原则:

① 尽早地使用最大牵引工况提速: 在起车或限速升高时, 尽快加速有利于缩短加速时间。

② 尽量晚地使用最大制动工况降速: 在停车或由限速降低时, 尽量晚地使用最大制动工况有利于动能有效利用。

③ 途中运行尽量保持恒速工况: 在相同距离与相同时间的运行条件下, 列车匀速运行的能耗最小。

④ 尽量使用惰行工况合理利用区间富余时间。

考虑到超级电容有轨电车再生制动能量利用率高, 区间运行距离短, 可认为列车牵引恒速和制动恒速具有相同的目标速度, 则列车节能最优控制工况简化为全力牵引加速 (FP)、恒速 (CR)、惰行 (C)、全力制动减速 (FB)。

#### 3.2 改进动态规划算法

为避免常规动态规划算法离散化误差对结果造成的影响, 本文基于极大值原理分析得到的最优控制工况和动态规划算法基本思想, 提出改进动态规划算法。

改进动态规划算法仅需离散化列车运行速度。列车运行状态和状态转移的速度曲线计算如图1所示。首先, 以固定步长离散化恒速速度值。然后, 从初始状态及限速升高处开始, 以FP工况计算最大牵引运行轨迹, 触及限速则停止计算; 同样, 从未状态和限速降低处开始, 以FB工况反向计算制动运行轨迹。最后, 从制动运行轨迹与恒速运行轨迹的交点开始, 以C工况反向计算惰行轨迹。不同工况运行轨迹的交点构成动态规划的状态空间。

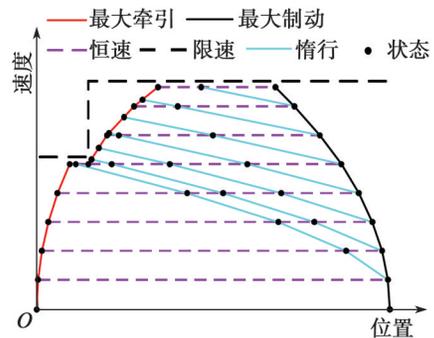


图1 状态空间与速度轨迹计算示意图

Fig. 1 Schematic diagram of state space and velocity trajectory calculation

首先, 给出如下定义:

① 状态: 用列车位置和速度表示, 记为  $G_p(s, v)$ 。其中, 初状态指列车在始发站的状态, 末状态指列车在终点站的状态。

② 决策: 表示列车运行工况, 记为  $u_p(G_p)$ 。

③ 策略: 列车区间运行构成的决策序列为全局策略, 记为  $P_N\{u_1, u_2, \dots, u_N\}$ ; 从状态  $p$  到状态  $q$  的决策序列为局部策略, 记为  $P_{p,q}\{u_p, u_{p+1}, \dots, u_q\}$ 。

根据式(19)可知, 列车运行全程对应一个恒定的时间代价系数。为降低动态规划算法求解维数, 将时间代价系数引入目标函数  $J$ , 可表示为

$$J = \sum_{k=1}^N E_k + \lambda_t \sum_{k=1}^N T_k = \sum_{k=1}^N \frac{P_{sc}}{v_k} \Delta s + \sum_{k=1}^N \frac{\lambda_t}{v_k} \Delta s \quad (20)$$

式中:  $E_k$  为第  $k$  个状态转移对应的能耗成本;  $T_k$  为第  $k$  个状态转移对应的时间成本;  $N$  为当前状态转移路线中初状态到末状态之间状态转移总次数。

定义从初状态转移到第  $p$  状态的最小等效能耗为  $D_p$ , 相邻  $p$  状态到  $q$  状态的状态转移成本为  $D_{pq}$ , 则

$$D_p = \min \left\{ \sum_{k=1}^M E_k + \lambda_t \sum_{k=1}^M T_k \right\} \quad (21)$$

$$D_{pq} = E_{pq} + \lambda_t T_{pq} \quad (22)$$

式中： $M$ 为初状态到第 $p$ 状态间状态转移总次数； $E_{pq}$ 为 $p$ 状态点到 $q$ 状态点状态转移对应的能耗成本； $T_{pq}$ 为 $p$ 状态点到 $q$ 状态点状态转移对应的时间成本。

综上所述，得到最小状态转移成本的递推公式为

$$D_q = \min_{p \in M_q} \{D_{pq} + D_p\} \quad (23)$$

$$D_0 = 0$$

式中： $M_q$ 为所有通过一次状态转移到 $q$ 的状态点的集合； $D_0$ 为初状态点对应的最小状态转移成本。

在此基础上，通过迭代调整时间成本的权重系数 $\lambda_t$ ，基于递推公式求解使总状态转移成本最小的状态转移路线，同时满足区间运行时间约束。

### 4 仿真计算及验证

#### 4.1 仿真条件

为验证方法的有效性，本文选取有轨电车实际参数作为仿真线路参数，对应的列车仿真参数如表1所示。列车最大牵引力和电制动力如图2所示。

表1 列车参数

Table 1 Train parameters

参数名称	参数值	参数名称	参数值
列车质量 $m/t$	80	列车长度/m	36
回转质量系数 $\gamma$	0.06	牵引链路效率 $\eta_t$	0.85

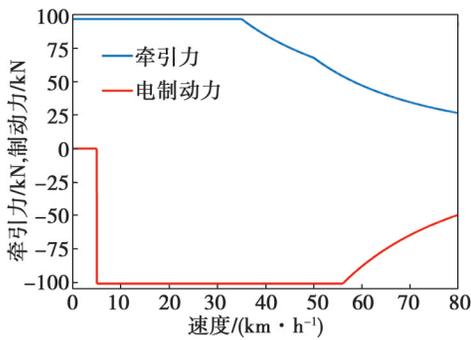


图2 列车牵引和电制动特性

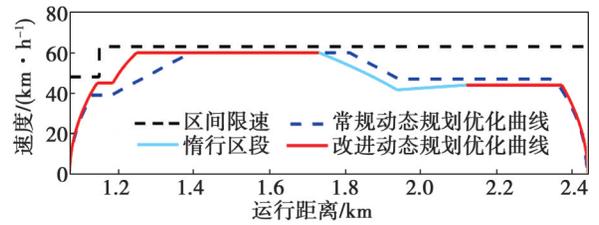
Fig. 2 Traction and electric braking characteristics of trains

#### 4.2 仿真验证

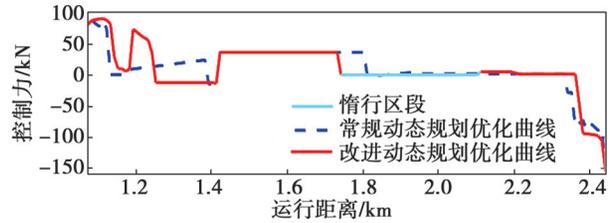
为验证改进动态规划算法的正确性和有效性，对比改进动态规划算法和常规动态规划算法的优化结果，节能优化结果对比如图3所示。

由图3可知，2种算法的优化速度曲线均在线路限速以下；由改进动态规划算法得到的优化速度曲线在起车阶段采用全力牵引加速策略，制动停车阶段采用最大制动力减速，符合节能驾驶的基本规律；速度曲线具有牵引力为0 kN的惰行区段，能够有效降低运行能耗；常规动态规划对速度和位置同时离散，由于离散精度的影响，得到的节能速度曲线不存在全力牵引、

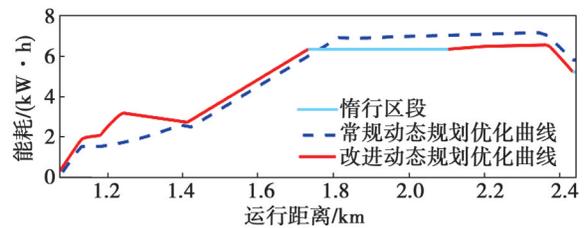
全力制动工况和严格的惰行区段。



(a)不同优化算法的节能速度曲线



(b)不同优化曲线控制力曲线



(c)不同优化曲线累积能耗曲线

图3 改进动态规划与常规动态规划结果对比

Fig. 3 Results comparison between adaptive dynamic programming and conventional dynamic programming

2类动态规划算法得到的速度曲线能耗如表2所示。2类算法仿真的目标时间均设为110 s，得到的速度曲线运行时间非常接近，均满足准点约束，采用常规动态规划算法得到的速度曲线能耗高于采用改进动态规划算法的优化速度曲线能耗，证明了改进动态规划算法的节能性，其节能率达5.447%。

表2 2类算法能耗比较

Table 2 Energy consumption comparison of two types of algorithms

算法	运行时间/s	运行能耗/(kW·h)
常规动态规划	109.931 6	5.795 5
改进动态规划	109.896 6	5.479 8

改进动态规划算法通过迭代调整速度曲线优化过程中的时间成本权重系数，使得列车运行满足准点约束。优化得到的优化过程中时间权重系数和运行时间的关系如图4所示。由图4可知，时间权重系数和运行时间为单调递减的关系，则在迭代过程中一定能够找到唯一的权重系数使得列车满足准点运行约束。

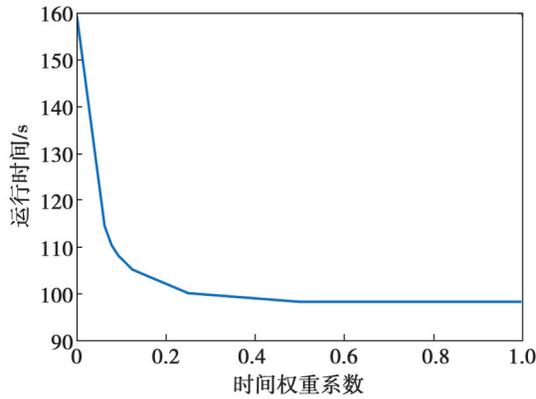


图4 时间权重系数与运行时间的关系

Fig. 4 Relationship between time weighting coefficient and running time

### 4.3 再生制动利用率影响分析

超级电容有轨电车具有车载储能设备, 其再生制动利用率高。分析不同再生制动利用率下列车节能驾驶策略, 有利于给出适用于不同类型列车的节能驾驶方案。在同一线路参数条件下, 对于相同的运行时间, 设置再生能量利用率分别为0、0.40和0.85, 得到的相应速度曲线如图5所示, 仿真结果信息如表3所示。

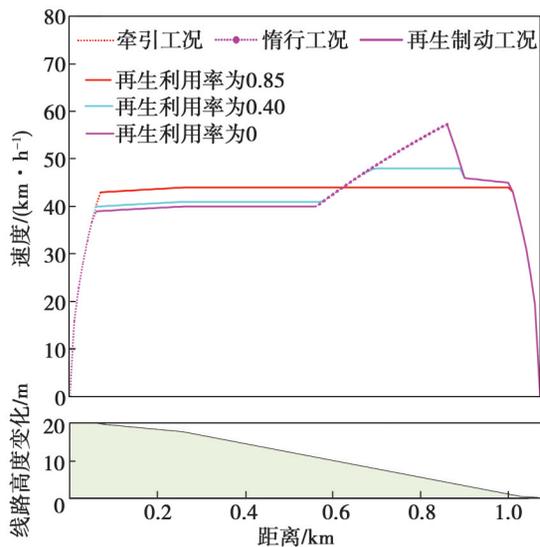


图5 不同再生能量利用率优化速度曲线

Fig. 5 Optimization results comparison of different renewable energy utilization rates

表3 不同再生利用率下惰行区间对比

Table 3 Coast section comparison of different recycling rates

再生利用率	惰行区间/m
0	548.0~864.9
0.40	562.0~669.7
0.85	-

由图5可知, 在下坡较多的线路中应当操纵列车多处于惰行和再生制动工况以达到节能的效果。当再生利用率越高时, 列车最优速度曲线中的再生能量利用

越多, 列车全程运行能耗越低; 随着再生能量利用率变小, 列车最优速度曲线中惰行工况则增多, 可以降低列车运行能耗。因此, 对于不同的再生制动利用率, 列车最优速度曲线控制策略应有所不同。

## 5 结论

本文研究了超级电容有轨电车节能驾驶问题, 考虑了列车运行过程中线路坡度值、限速变化、准点约束和超级电容功率限制等约束条件。在此基础上, 提出了一种改进的动态规划算法, 结合极大值分析设计了状态空间构建方法, 避免了常规动态规划算法同时离散化速度和位置造成的误差。相比于常规动态规划算法, 改进算法有更好的节能效果。通过不同再生制动利用率的仿真结果对比, 得到了超级电容有轨电车高再生制动率使得再生制动工况使用时机延长, 惰行工况使用时机缩短。

### 参考文献:

- [1] 李奇, 黄文强, 尚伟林, 等. 基于庞特里亚金极小值原理与工况分段策略的燃料电池混合动力有轨电车制动能量回收方法[J/OL]. 西南交通大学学报: 1-9 (2018-09-12)[2021-07-12]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1277.U.20180912.1816.006.html>.  
LI Qi, HUANG Wenqiang, SHANG Weilin, et al. Fuel cell hybrid tram braking energy recovery method based on PMP energy management strategy and working condition piecewise strategy[J]. Journal of Southwest Jiaotong University: 1-9 (2018-09-12)[2021-07-12]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1277.U.20180912.1816.006.html>.
- [2] YANG Xin, LI Xiang, NING Bin, et al. A survey on energy-efficient train operation for urban rail transit[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(1): 2-13.
- [3] CHANG C S, SIM S S. Optimising train movements through coast control using genetic algorithms[J]. IEE Proceedings-Electric Power Applications, 1997, 144(1): 65-73.
- [4] 李奇, 尚伟林, 燕雨, 等. 新型供电方式下的有轨电车制动力分配与制动能量回收优化方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(7): 2285-2294.  
LI Qi, SHANG Weilin, YAN Yu, et al. Research on braking distribution and braking energy recovery for novel power supply model tram[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40 (7): 2285-2294.
- [5] 黄文强, 李奇, 陈维荣, 等. 基于制动速度优化策略的新型供电方式有轨电车再生制动能量回收方法[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(18): 5406-5414.  
HUANG Wenqiang, LI Qi, CHEN Weirong, et al. A regenerative braking energy recovery method based on braking

- speed optimization strategy for novel power supply model tram[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(18): 5406-5414.
- [6] KHMELNITSKY E. On an optimal control problem of train operation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(7): 1257-1266.
- [7] XUAN V. Analysis of necessary conditions for the optimal control of a train: new necessary conditions for energy-efficient train control[D]. Saarbrücken: VDM Verlag Dr. Müller, 2009.
- [8] ALBRECHT A, HOWLETT P, PUDNEY P, et al. The key principles of optimal train control—part 1: formulation of the model, strategies of optimal type, evolutionary lines, location of optimal switching points[J]. Transportation Research Part B—methodological, 2016, 94: 482-508.
- [9] 王青元, 冯晓云, 朱金陵, 等. 考虑再生制动能量利用的高速列车节能最优控制仿真研究[J]. 中国铁道科学, 2015, 36(1): 96-103.
- WANG Qingyuan, FENG Xiaoyun, ZHU Jinling, et al. Simulation study on optimal energy-efficient control of high speed train considering regenerative brake energy[J]. China Railway Science, 2015, 36(1): 96-103.
- [10] WANG Yihui, DE SCHUTTER B, VAN DEN BOOM T J J, et al. Optimal trajectory planning for trains—a pseudospectral method and a mixed integer linear programming approach[J]. Transportation Research Part C—Emerging Technologies, 2013, 29: 97-114.
- [11] 金波, 孙鹏飞, 王青元, 等. 基于混合整数规划的高速列车多区间节能优化研究[J]. 铁道学报, 2020, 42(2): 11-17.
- JIN Bo, SUN Pengfei, WANG Qingyuan, et al. Energy-saving optimization of multi-interstation high-speed train with mixed integer linear programming[J]. Journal of the China Railway Society, 2020, 42(2): 11-17.
- [12] 唐海川, 朱金陵, 王青元, 等. 一种可在线调整的列车正点运行节能操纵控制算法[J]. 中国铁道科学, 2013, 34(4): 89-94.
- TANG Haichuan, ZHU Jinling, WANG Qingyuan, et al. An on-line adjustable control algorithm for on-time and energy saving operations of trains[J]. China Railway Science, 2013, 34(4): 89-94.
- [13] HAAHR J T, PISINGER D, SABBAGHIAN M. A dynamic programming approach for optimizing train speed profiles with speed restrictions and passage points[J]. Transportation Research Part B—Methodological, 2017, 99: 167-182.
- [14] 孔繁鑫, 陈阳舟, 詹璟原, 等. 基于离散动态规划的列车节能速度曲线优化[J]. 铁道运输与经济, 2020, 42(8): 113-118.
- KONG Fanxin, CHEN Yangzhou, ZHAN Jingyuan, et al. Optimization of train energy-saving speed curve based on discrete dynamic programming[J]. Railway Transport and Economy, 2020, 42(8): 113-118.
- [15] 朱颖, 吕希奎, 许佑顶. 动车组牵引计算与仿真系统[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2015.
- ZHU Ying, LYU Xikui, XU Youding. EMU traction calculation and simulation system[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2015.