

# 基于模态贡献的动车组车体弹性振动控制

曹辉<sup>1</sup>, 梁宁<sup>2</sup>

(1. 成都工业学院 智能制造学院, 四川 成都 611730;  
2. 四川工商职业技术学院 经济管理系, 四川 成都 611830)

**摘要:** 动车组车体结构轻量化设计会导致结构柔性增加, 随着动车组运营里程的增加, 轮轨磨耗的加剧, 车体在运行过程会出现抖车、晃车等异常弹性振动现象, 进而影响乘坐舒适性和运行安全性。因此, 从模态贡献、模态设计和模态控制等角度出发分析产生该异常振动的原因。基于动车组车体模态修正和模态试验结果, 建立车体有限元模型; 根据车体工况, 将车体模态处理为自由模态, 提取结构模态参数; 基于模态分析理论和模态贡献原理, 分析车体结构弹性模态振型, 并依据车体模态位移计算结构模态贡献因子; 分析控制车体弹性振动的模态匹配方法与传递函数控制方法。结果表明, 对车体垂向振动贡献较大的模态依次为车体一阶垂弯、一阶菱形、二阶菱形、一阶扭转等模态, 对横向振动贡献较大的模态依次为一阶横弯、一阶菱形、二阶菱形、一阶扭转模态。引起车体弹性振动的主要因素有轨道激扰、转向架蛇行、转向架模态、车下设备悬挂参数等。轮对、构架、车体等构件的刚性自振频率应满足隔振要求, 车体一阶菱形弹性模态频率与构架刚性、弹性频率要有效隔离, 可降低车体异常弹性振动; 增大车体结构阻尼比可减小加速度传递函数幅值, 提高乘坐舒适性, 当车体结构阻尼比从0.015提高至0.150时, 平稳性指标可改善13%, 提高结构阻尼可显著降低车体振动。

**关键词:** 动车组; 车体; 模态分析; 模态贡献; 模态匹配; 传递函数; 高速列车; 轨道不平顺

**中图分类号:** U292.91<sup>+</sup>4; U270.1<sup>+</sup>1 **文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-128X(2022)05-0072-06

## Car body elastic vibration control in EMUs based on modal contribution

CAO Hui<sup>1</sup>, LIANG Ning<sup>2</sup>

(1. School of Intelligent Manufacturing, Chengdu Technological University, Chengdu, Sichuan 611730, China;  
2. Department of Economic Management, Sichuan Technology and Business College, Chengdu, Sichuan 611830, China)

**Abstract:** The lightweight design of the car body structure in EMUs leads to an increase in structural flexibility, and with the increase in the operating mileage and the deterioration of wheel-rail wear, the car body suffers from worsening abnormal elastic vibrations during operation, such as jittering and lurching, which affect riding comfort and operational safety. This paper was intended to analyze the causes of such abnormal vibrations, from the perspectives of modal contribution, modal design and modal control. Firstly, based on the modal correction and modal test results of the car body, a finite element model of the car body was established. Secondly, according to the working conditions, the car body was processed into a free modal, and the structural modal parameters were extracted. Then, based on the modal analysis theory and the principle of modal contribution, the elastic modal shapes of the car body structure were analyzed, and the structural modal contribution factor was calculated according to the car body modal displacement. Finally, the modal matching method and transfer function method were analyzed for the elastic vibration control of the car body. The results show that the modals that contribute greatly to the vertical vibration of the car body in the order of magnitude are as follows: the first-order vertical bending, the first-order

收稿日期: 2022-01-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(51775456); 成都工业学院博士基金项目(2019RC011)

通信作者: 曹辉 (1976—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为车辆动力学; E-mail: ch\_hello@163.com

diamonding, the second-order diamonding, and the first-order torsioning, and the modals that contribute greatly to the lateral vibration in the order of magnitude are as follows: the first-order lateral bending, the first-order diamonding, the second-order diamonding, and the first-order torsioning. The main factors that cause the elastic vibration of the car body are the track disturbance, the bogie hunting motion, the bogie modal, and the suspension parameters of the underfloor equipment. The rigid natural vibration frequency of the wheelset, frame, car body and other EMU components should meet the vibration isolation requirements, and the first-order diamonding elastic modal frequency of the car body should be effectively isolated from the rigidity and elastic frequencies of the frame, to reduce abnormal elastic vibration of the car body. An increase in the damping ratio of the car body structure can reduce the amplitude of the acceleration transfer function and improve the riding comfort. Specifically, an increase in the damping ratio of the car body structure from 0.015 to 0.150 can improve the running stability index by 13%, so increasing the structural damping can significantly reduce car body vibration.

**Keywords:** EMU; car body; modal analysis; modal contribution; modal matching; transfer function; high-speed train; track irregularity

## 0 引言

我国高铁已从最初的消化吸收阶段发展到再创新阶段,随着“复兴号”高铁的成功运营,我国动车组创新技术达到了新的水平。动车组是一个复杂的机电系统,零部件众多,局部结构复杂,设计过程中需考虑的因素较多。车体作为车辆最重要的部件,在高速运行过程中,首先必须满足轻量化要求,以降低能源消耗,同时兼顾安全性和舒适性的要求。随着列车服役里程增加,已开行的动车组出现了车体局部振动过大、乘客投诉振动过大引起脚部发麻等事件<sup>[1-3]</sup>、车辆异常晃动和异常抖动等问题<sup>[4-6]</sup>,造成乘坐舒适性下降、平稳性指标超标。为此,文献[7]建立了考虑弹性车体的动车组刚柔耦合动力学模型,仿真再现了动车组车体异常弹性振动现象,并对异常振动原因进行了研究,结果表明转向架蛇行运动频率与动车组车体一阶菱形模态频率接近是引发车体产生异常振动的原因。文献[8]结合车轮踏面测试分析、车体和构架振动测试分析和车体试验模态分析,提出轮轨接触位置突变导致转向架蛇行运动频率陡升至与车体菱形模态频率接近,致使菱形模态振动放大,是车体发生异常抖振的原因。文献[9]从轮轨关系角度出发分析动车组发生异常抖动的原因,指出通过廓形打磨,钢轨廓形得到有效修复,轮轨关系得到有效改善,动车组异常抖动问题得到有效解决。

车体异常抖动问题从根本上来讲是结构设计问题,而模态是结构固有特性,本文拟从高速动车组车体结构模态设计角度,分析车体异常振动原因,为解决车体异常抖动提供参考。

## 1 模态理论及模态贡献

对于动车组等结构,其振动特性可以描述为

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F \quad (1)$$

式中:  $M$ ,  $K$ ,  $C$  分别为车辆系统惯量、刚度、阻尼矩阵;  $F$  为外部载荷矩阵。

采用模态叠加法求解系统响应,令

$$u = \sum_{i=1}^n \varphi_i q_i = \Phi q \quad (2)$$

式中:  $\varphi_i$  为  $i$  阶模态振型;  $q_i$  为  $\varphi_i$  对应的模态指标;  $\Phi$  为模态振型;  $q$  为模态坐标。

模态是系统固有特性,与外界载荷无关,令外载荷为 0,并将式(2)代入式(1),可得

$$(-\omega^2 M + j\omega C + K)\Phi q = 0 \quad (3)$$

式中:  $\omega$  为固有圆频率,  $\omega^2 = M^{-1}K$ 。

由式(3)即可获得该频率对应的模态振型。

车体振动模态丰富,对运行平稳性和舒适性的影响较大,车体不同的模态对运行性能的影响是研究车体模态的关键。为了确定模态对振动的贡献大小,采用模态参与因子和模态贡献因子来表征<sup>[10-11]</sup>。

### 1.1 模态参与因子

模态参与因子(modal participation factor)是经典的模态选择方法,是描述空间特性的重要参数。假设系统受单个激振力,其形式为  $\alpha(t)f$ ,则模态参与因子  $\varepsilon$  可表示为

$$\varepsilon = \frac{\varphi^T f}{\varphi^T M \varphi} \quad (4)$$

式中:  $\varphi$  为模态振型;  $f$  为时不变力矢量;  $M$  为有限元质量矩阵。

模态参与因子越大,表示该模态振型对该激振力越敏感,对动态分析的贡献就越大。车体系统振动来自不同的激振力,如轨道垂向不平顺、轨距不平顺、水平不平顺、风载等,这些激扰通过轮对、构架传递至车体。假设车体所受激振力可表达为各个激振力的加权,即

$$f = \alpha_1(t)f_1 + \alpha_2(t)f_2 + \alpha_3(t)f_3 + \cdots + \alpha_n(t)f_n \quad (5)$$

式中:  $\alpha_i(t)$  为加权系数。

对于每个激振力和每阶模态振型,都可定义 1 个模态参与因子,即

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\varphi_j^T f_i}{\varphi_j^T M \varphi_j} \quad (6)$$

$\varepsilon_{ij}$  表示第  $j$  阶模态对第  $i$  个作用力的敏感程度。

高速列车受到来自轨道的激振力是多种多样的,但总可以找到对振动贡献大的激振进行分析。轮对不圆、轨缝冲击、存在三角坑等是产生车体振动的主要因素,可采用合理的方法将此激扰力进行处理和分析,进而得到由式(5)表达的激扰力数学表达式。由式(6)可知,模态参与因子与激扰力的频率无关,只与模态阶数、受力大小和受力方向有关,因此该方法是描述空间特性的重要方法。

## 1.2 模态贡献因子

模态贡献因子是根据结构的模态坐标改变来判定各阶模态对振动能量贡献大小的物理量,它不依赖于外界激励的变化,而是由结构属性决定。车体的振动大小通过乘客感知,而评价乘客乘坐舒适性的方法一般通过振动加速度加权方均根值来计算。基于此原理,模态贡献因子(modal contribution factors)可表征为模态位移的方均根值来评价各阶模态对振动能量的贡献,其定义为

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{ij}^2} \quad (7)$$

式中: $\sigma_j$ 为第 $j$ 阶模态的贡献因子; $N$ 为模态节点个数; $d_{ij}$ 为第 $i$ 个节点在第 $j$ 阶模态中的模态位移。

## 2 车体模态分析

在有限元法求解模态振型时,多采用Lanczos法<sup>[12]</sup>或子空间迭代法<sup>[13]</sup>,大多数有限元软件都内嵌有这2种算法。在车体整备状态下,建立精确的有限元模型是模态分析的关键,为此本文采取的方法为:①首先建立铝合金车体的精确结构模型,采用四节点壳单元进行网格划分,共计有512 576个节点,1 031 005个单元。②将安装在车体结构附近的分布质量(内装、线缆等)采用MASS21单元进行模拟,而将大型车下悬挂设备(牵引变流器等)以弹性连接方式悬挂在车体铝合金结构上,同时根据模态试验结果对模型修正。由于车体通过二系悬挂与构架相连,二系悬挂刚度和阻尼较小,因此在模态分析时,车体模态可处理为自由模态。按照此方法建立了车体有限元模型,并对其进行了模态分析,图1为车体整体结构模态振型图。

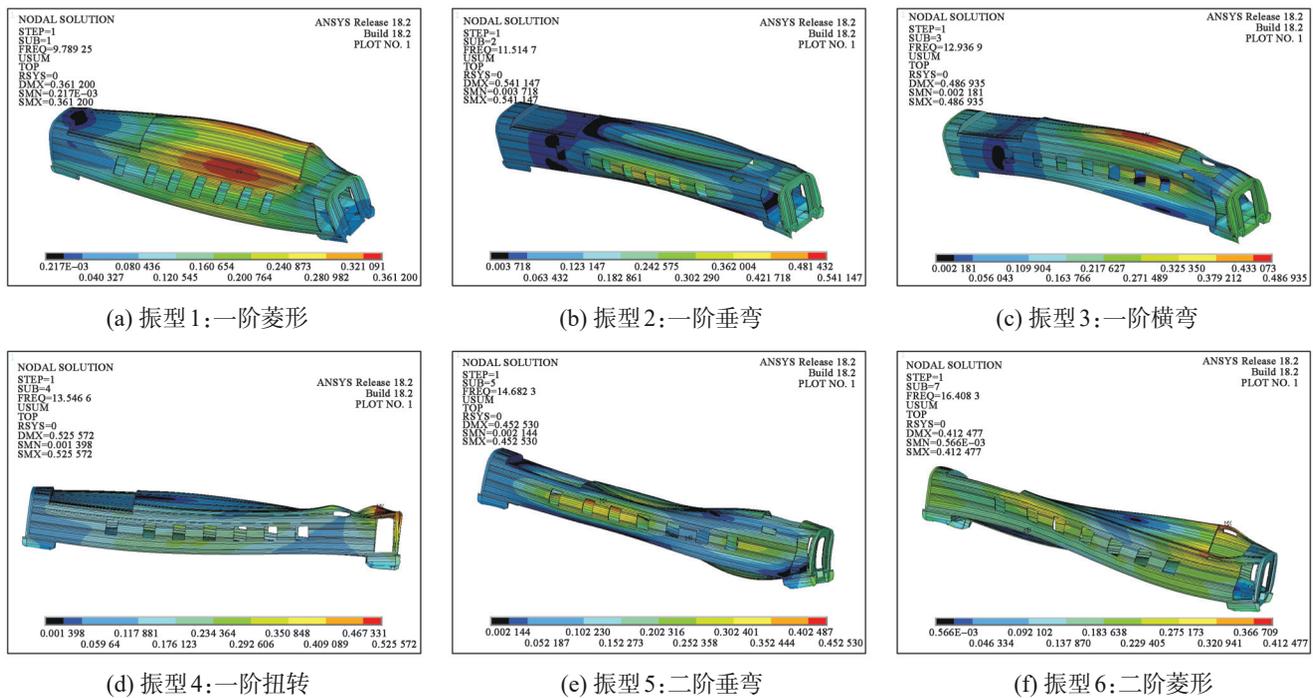


图1 车体模态振型

Fig. 1 Modal shapes of car body

从图1可以看到,车体模态中既包含了整体模态,又包含了地板、车顶、侧墙、空调口等局部模态。为了验证车体有限元建模的准确性,对该型动车组车体进行了台架试验,如图2所示。车体有限元模态频率与试验模态频率对比如表1所示。从表1可知,该有限元计算模态频率与静态试验模态频率偏差在5%以内,表明有限元建模方法正确,其后处理结果可作为模态贡献计算的依据。

## 3 车体模态特征及模态控制

由图1可知,车体弹性振动模态丰富,一阶菱形归一化振型幅值最大处位于车顶中心和底架边梁处,若此阶模态被激发,将严重影响乘坐舒适性;一阶垂弯振型节点位于车体枕梁附近,振型幅值最大处位于车顶和底架中心处;一阶横弯振型节点也位于枕梁附近,



图2 车体模态试验现场

Fig. 2 Modal test location of car body

表1 车体模态及其频率

Table 1 Car body modes and their frequencies

模态阶数	模态振型	计算模态频率/Hz	试验模态频率/Hz	计算模态与试验模态偏差/%
1	一阶菱形	9.79	9.87	-0.82
2	一阶垂弯	11.51	10.97	4.69
3	一阶横弯	12.94	12.54	3.10
4	一阶扭转	13.55	13.76	-1.55
5	二阶垂弯	14.68	15.28	-4.09
6	二阶菱形	16.40	16.95	-3.35

振型幅值最大处位于侧墙中心处; 一阶扭转振型节点位于车体中部, 车体端部振动幅值较大。

如前所述, 采用模态贡献因子评估弹性模态对结构振动的贡献。在本次计算中, 沿车体长度方向 ( $x$ 方向) 等距离截取 10 个截面, 每个截面分别取底架和侧墙中部 4 个位置节点的垂向 ( $z$ 方向) 和横向 ( $y$ 方向) 的模态位移, 具体位置如图 3 所示。将各个测点的模态位移按照式(7)进行计算, 即可得到该阶振型的模态贡献因子。考虑图 1 所示车体模态, 依次提取各阶模态在  $y$  方向和  $z$  方向的模态位移 (菱形变形模态  $y$  向位移如图 4 所示)。各阶态贡献因子如表 2 所示。由表 2 可以看出, 在车体各阶模态中, 对车体垂向振动贡献较大的模态顺序依次为车体一阶垂弯、一阶菱形、二阶菱形、一阶扭转等模态; 对横向振动贡献较大的模态依次为一阶横弯、一阶菱形、二阶菱形、一阶扭转等模态。因此, 在有限元建模和车体动力学分析中, 一阶垂弯、一阶横弯、一二阶菱形、一阶扭转模态对车体振动贡献较大, 在建模时应予以考虑。

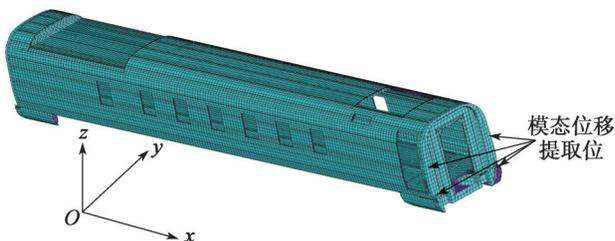


图3 车体模态位移提取位置

Fig. 3 Extraction positions of car body modal displacement

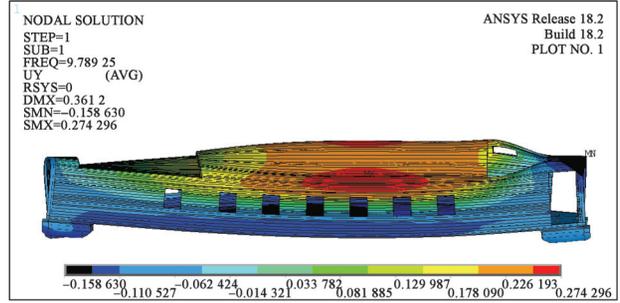


图4 车体菱形变形模态横向位移云图

Fig. 4 Nephogram of modal lateral displacement of car body diamonding

表2 车体各阶模态贡献因子

Table 2 Modal contribution factors of different orders of car body

模态位移位置	模态位移方向	模态振型					
		一阶菱形	一阶垂弯	一阶横弯	一阶扭转	二阶垂弯	二阶菱形
地板	$y$	2.24	0.28	3.63	1.97	0.75	2.07
	$z$	3.25	3.75	1.13	3.20	1.17	3.24
侧墙	$y$	4.35	0.65	4.54	2.60	1.70	3.30
	$z$	3.36	3.85	1.28	3.25	1.26	3.32

由车辆振动水平评估的 Sperling 平稳性指标可知, 对乘坐舒适性影响较大的模态频率范围为 0~40 Hz。由表 1 可知, 车体主要弹性模态振动频率为 9~20 Hz。根据振动理论<sup>[14]</sup>, 激励频率  $f_f$  与结构模态频率  $f_\omega$  满足式(8)条件时, 结构模态会被激发可能产生共振。

$$0.4f_\omega \leq f_f \leq 2.5f_\omega \quad (8)$$

由式(8)可知, 可激起车体主要弹性振动的激励频率范围为

$$3.6 \text{ Hz} \leq f_f \leq 50 \text{ Hz} \quad (9)$$

在不考虑气动载荷的条件下, 该频率范围内的主要激振源包括轨道的激励 (轨缝冲击、车轮偏心)、转向架的刚体模态 (浮沉、点头)、转向架蛇行运动频率、含有激励源的部分车下设备等。由于转向架的刚体模态和蛇行运动频率都在 10 Hz 左右, 容易激发车体异常振动。因此, 在结构设计中, 对转向架模态与车体模态进行匹配设计尤为重要。为避免上述因素引起车体弹性振动, 车体和构架自振频率应满足:

$$\left. \begin{aligned} f_{wr} &\geq \sqrt{2} f_{br} \\ f_{br} &\geq \sqrt{2} f_{cr} \\ \frac{f_{br1}}{\sqrt{2}} &\geq f_{cr1} \geq \sqrt{2} f_{br} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中:  $f_{wr}$  为轮对刚性自振频率;  $f_{br}$  为构架刚性自振频率;  $f_{cr}$  为车体刚性自振频率;  $f_{br1}$  为构架一阶弹性自振频率;  $f_{cr1}$  为车体菱形变形频率。

式(10)表明, 轮对刚性自振频率应不小于构架  $\sqrt{2}$  倍

刚性自振频率, 而构架刚性自振频率要不小于 $\sqrt{2}$ 倍车体刚性自振频率, 轮对激扰至车体的振动才能被隔离, 这也避免了构架与车体的刚性共振; 而车体一阶菱形变形频率应不小于 $\sqrt{2}$ 倍构架刚体自振频率, 其上限应不大于构架弹性自振频率的 $\sqrt{2}$ 倍, 设计时应综合考虑。

#### 4 传递函数设计

在车辆系统确定后, 不考虑服役过程中参数的变化, 其振动的传递规律(传递函数)是不变的, 可通过传递函数来分析车辆对激扰的响应, 能够全面反映各频率成分振动的传递规律。假设系统的传递函数为 $H(\omega)$ , 则在随机激扰谱 $S_x(\omega)$ 的作用下, 系统的响应谱为

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \quad (11)$$

传递函数 $H(\omega)$ 是由车辆的结构参数、悬挂参数和质量特性等决定的。图5为某动车组以320 km/h的速度运行时车体中部垂向加速度的传递函数幅值图。从图5可以看出, 在车体低频段内加速度的传递函数幅值较大, 特别是在10 Hz左右的一阶垂弯频率处, 这表明车体在低频范围内振动较大, 而此范围内的振动对车体平稳性影响较大, 必须通过优化传递函数设计予以修正。改变车体结构阻尼比可改变加速度传递函数幅值, 如图5所示, 当车体结构阻尼比从0.015提高至0.150时, 车体加速度传递函数在10 Hz处的幅值明显减小。车体结构阻尼对车体Sperling平稳性指标的影响如图6所示。从图6可以看出, 当车体结构阻尼比从0.015提高至0.150时, 平稳性指标可改善13%, 提高结构阻尼可显著降低车体振动。在正常情况下, 车体材料阻尼一般都很小, 通过车体结构设计提高结构阻尼, 其效果有限, 而通过在车体材料基体上添加高阻尼合金、复合材料、粘弹性阻尼材料等方法<sup>[15]</sup>, 可显著提高结构阻尼。

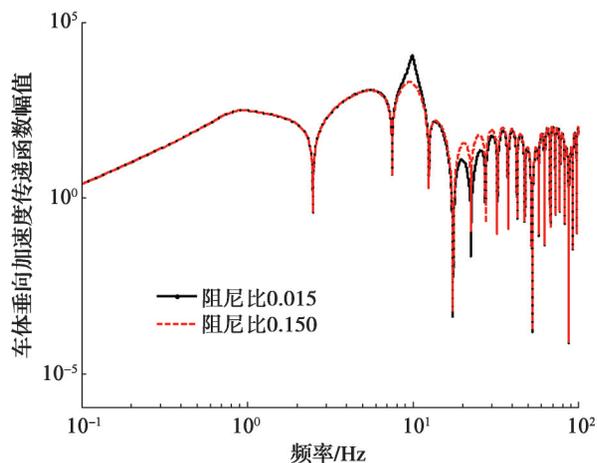


图5 车体垂向加速度传递函数幅值

Fig. 5 Amplitude of vertical acceleration transfer function of car body

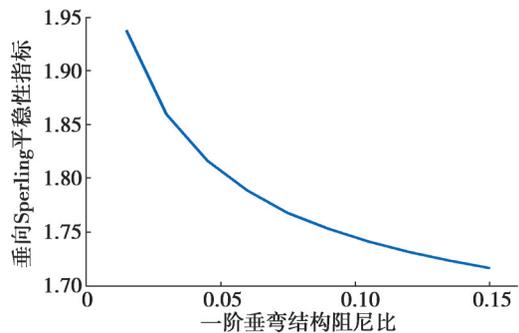


图6 车体结构阻尼对平稳性指标的影响

Fig. 6 Influence of car body structural damping on running stability index

#### 5 结论

根据模态分析理论和模态贡献原理, 通过车体有限元分析, 提取车体结构归一化模态位移, 计算了结构模态参与因子和模态贡献因子, 分析了车体结构模态特征和模态控制策略, 结论如下:

①在车体弹性模态中, 一阶垂弯、一阶横弯、一二阶菱形、一阶扭转模态对车体振动贡献较大, 在建模和动力学分析时必须考虑这些模态的影响。

②对车体弹性振动贡献较大的模态频率在9~20 Hz, 轨道激扰、转向架蛇行、转向架弹性振动等因素可引起车体弹性振动, 在设计时要避开车体弹性共振频率。

③传递函数设计是模态控制的有效手段, 质量、刚度和阻尼匹配是传递函数设计的主要设计参数, 阻尼设计可有效衰减来自轨道的振动激扰。

#### 参考文献:

- [1] 贾焕英, 蔡彦强. 高速动车组地板系统的分析研究[J]. 铁道机车车辆, 2013, 33(5): 36-39.  
JIA Huanying, CAI Yanqiang. Research and analysis of floor system for high-speed EMU[J]. Railway Locomotive & Car, 2013, 33(5): 36-39.
- [2] 尤泰文, 周劲松, 宫岛, 等. 高速动车组地板局部振动控制研究[J]. 机械工程学报, 2021, 57(4): 140-147.  
YOU Taiwen, ZHOU Jinsong, GONG Dao, et al. Research on local vibration control of high-speed EMU floor[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(4): 140-147.
- [3] 韩兴晋, 周劲松, 厉鑫波, 等. 高速列车车体抖振现象研究[J]. 噪声与振动控制, 2021, 41(2): 163-167.  
HAN Xingjin, ZHOU Jinsong, LI Xinbo, et al. Study on the chattering phenomenon of high-speed train bodies[J]. Noise and Vibration Control, 2021, 41(2): 163-167.
- [4] 曾京, 干锋, 罗光兵. 轨道车辆轮轨关系检测及等效锥度管理[J]. 现代城市轨道交通, 2021(6): 29-34.  
ZENG Jing, GAN Feng, LUO Guangbing. Inspection on

- wheel and rail interface of rail vehicles and management of equivalent conicity[J]. *Modern Urban Transit*, 2021(6): 29-34.
- [5] 崔利通, 李国栋, 宋春元, 等. 高速动车组悬挂参数优化研究[J]. *铁道学报*, 2021, 43(4): 42-50.  
CUI Litong, LI Guodong, SONG Chunyuan, et al. Study on optimization of suspension parameters of high-speed EMU trains[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2021, 43(4): 42-50.
- [6] 陈经纬, 崔涛, 孙建锋, 等. 基于高速列车异常晃动的钢轨廓形打磨管理[J]. *机车电传动*, 2020(5): 128-131.  
CHEN Jingwei, CUI Tao, SUN Jianfeng, et al. Grinding management of rail profile based on abnormal hunting of high-speed train[J]. *Electric Drive for Locomotives*, 2020 (5): 128-131.
- [7] 李凡松, 王建斌, 石怀龙, 等. 动车组车体异常弹性振动原因及抑制措施研究[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(12): 178-188.  
LI Fansong, WANG Jianbin, SHI Huailong, et al. Research on causes and countermeasures of abnormal flexible vibration of car body for electric multiple units[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(12): 178-188.
- [8] 宫岛, 刘广宇, 周劲松, 等. 动车组车体异常振动问题分析及治理研究[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(10): 95-105.  
GONG Dao, LIU Guangyu, ZHOU Jinsong, et al. Research on abnormal vibration issue of car bodies of EMU trains and its treatment[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(10): 95-105.
- [9] 龚继军, 孙建峰, 王军平, 等. 成贵客专动车组异常抖动原因分析及治理[J]. *中国铁路*, 2020(2): 70-75.  
GONG Jijun, SUN Jianfeng, WANG Junping, et al. Cause analysis and treatment of abnormal shaking for EMU on Chengdu-Guiyang PDL[J]. *Chinese Railways*, 2020(2): 70-75.
- [10] 曹辉. 高速动车组车体振动控制与应变模态分析[D]. 成都: 西南交通大学, 2016.  
CAO Hui. Carbody vibration control and strain modal analysis for EMU[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2016.
- [11] CARLBOM P F. Combining MBS with FEM for rail vehicle dynamics analysis[J]. *Multibody System Dynamics*, 2001, 6(3): 291-300.
- [12] PARLETT B N. The symmetric eigenvalue problem[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.
- [13] BATHE K J, WILSON E L. Large eigenvalue problems in dynamic analysis[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1972, 98(6): 1471-1485.
- [14] 丁文镜. 减振理论[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2014.  
DING Wenjing. Damping theory[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2014.
- [15] 孙庆鸿, 张启军, 姚慧珠. 振动与噪声的阻尼控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.  
SUN Qinghong, ZHANG Qijun, YAO Huizhu. Damping control of vibration and noise[M]. Beijing: China Machine Press, 1993.