

# 特高压直流接地极入地电流 对高速动车组影响分析

吴杰<sup>1</sup>, 黄军<sup>1</sup>, 张华志<sup>1</sup>, 宋伟<sup>2</sup>, 张波<sup>2</sup>

(1. 中铁第四勘察设计院集团有限公司, 湖北 武汉 430063;  
2. 电力系统及发电设备控制和仿真国家重点实验室(清华大学电机系), 北京 100084)

**摘要:** 直流输电系统以大地为回路运行时, 在地中形成的电流场会对邻近的多点分散接地的高速铁路系统产生影响。文章建立完整的高速铁路综合接地等效模型和高速动车组电气模型, 分析其中存在的直流通路, 提取适用于高速铁路仿真建模的“II”型等效电路, 在此基础上, 利用CDEGS软件建立高速铁路各典型场景的仿真模型, 通过对不同土壤电阻率、接地极距铁路的垂直距离等维度仿真分析, 比较了不同外部条件下流过牵引供电系统和动车组的直流电流。结果表明, 不同高铁工程段直流参数存在差异, 土壤电阻率越高, 接地极距铁路垂直距离越小, 流过动车组牵引变压器的直流电流越大; 当沿线土壤电阻率小于 $300 \Omega \cdot m$ , 并且接地极距铁路垂直距离超过5 km时动车组牵引变压器直流偏磁影响满足规程要求。

**关键词:** 特高压直流; 接地极; 入地电流; 高速铁路; 高速动车组; 直流偏磁; 励磁; 仿真

中图分类号: U292.91<sup>+</sup>4

文献标识码: A

文章编号: 1000-128X(2021)06-0122-07

## Impact of Ground Current of HVDC Earth Electrode on High-speed EMU

WU Jie<sup>1</sup>, HUANG Jun<sup>1</sup>, ZHANG Huazhi<sup>1</sup>, SONG Wei<sup>2</sup>, ZHANG Bo<sup>2</sup>

(1. China Railway Siyuan Survey and Design Group Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430063, China;

2. State Key Lab of Power Systems, Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** During the operation of HVDC system with the earth as the loop, the formed current field in the ground has corrosion effect on the adjacent high-speed railway system. A complete high-speed railway comprehensive grounding equivalent model and high-speed EMU electrical model were established, the existing DC path was analyzed, and the "II" type equivalent circuit suitable for high-speed railway simulation modeling was extracted. The simulation models of various typical scenes of high-speed railway were established by using CDEGS software. Through the simulation analysis of different soil resistivity and vertical distance between grounding electrode and railway, the DC current flowing through traction power supply system and EMU under different external conditions was compared. The results show that there are differences in DC parameters in different high-speed railway sections. The higher the soil resistivity, the smaller the vertical distance between the grounding electrode and the railway, and the greater the DC current flowing through the traction transformer of EMU; When the soil resistivity along the line is less than  $300 \Omega \cdot m$  and the vertical distance between the grounding electrode and the railway is more than 5 km, the DC magnetic bias effect of EMU traction transformer meets the requirements of the regulations.

**Keywords:** HVDC; grounding electrode; ground current; high-speed railway; high-speed EMU; DC bias; excitation; simulation

收稿日期: 2020-10-21; 修回日期: 2021-11-03

基金项目: 中铁第四勘察设计院集团有限公司科研项目(2018K058)

通信作者: 吴杰(1990—), 男, 工程师, 主要从事铁路供变电工作; E-mail: 1017686910@qq.com

# 0 引言

随着我国对能源需求的快速增长和人们对快速公共交通工具需求的日益增加, 特高压直流输电工程和高速铁路的建设也迅速增加。但由于受线路走向和土地规划等诸多因素制约, 在实际工程建设时, 不可避免地出现高速铁路(以下简称高铁)和特高压直流工程接地极邻近的情况。

目前, 特高压直接地极对周围环境的影响研究, 主要集中在管线腐蚀<sup>[1]</sup>和电力系统变压器直流偏磁的影响方面<sup>[2-3]</sup>, 特高压直流输电工程对铁路的影响研究, 则主要集中在牵引供电系统变压器直流偏磁方面<sup>[4-5]</sup>, 在建模时也只考虑牵引网的参数, 并未计及综合接地系统。

本文针对钢轨、贯通地线、接地钢筋和接触网支柱等设施共同构成的接地系统, 建立高速铁路牵引供电系统及动车组的直流通路模型, 与直接地极附近地中的电流场形成的电源网络相结合, 仿真得出了高速铁路临近直接地极时流过动车组的直流电流, 并进一步分析了接地极电流对行驶动车组的影响。

## 1 直接地极对高速动车组的影响原理

### 1.1 直接地极入地电流对地电位的影响

直流输电系统以大地为回路运行时, 大电流由直流接地极流入大地, 在地中形成的电流场在很大范围内造成了地电位的明显差异, 如图1和图2所示。

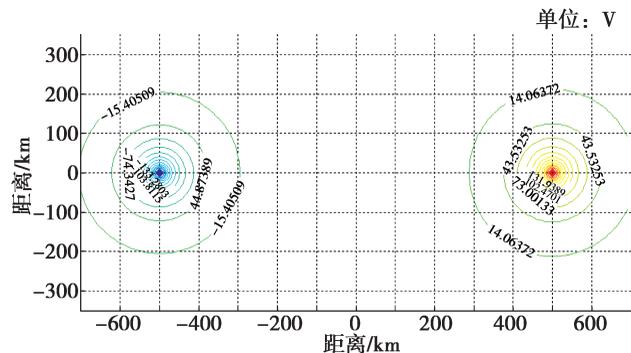


图1 典型直接地极等电位线图

Fig. 1 Typical DC grounding electrode contour map

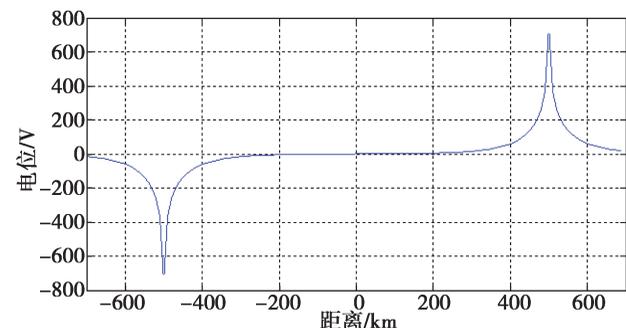


图2 两直流极连线上的电位分布

Fig. 2 Potential distribution on the connection of two DC poles

由图1和图2可见, 在直接地极的附近区域内有明显的地电位抬升, 电位梯度较大; 距接地极较远的区域地电位较小, 电位梯度较缓。

### 1.2 高铁系统的直流通路电气模型

高铁是一个空间的线型结构, 主要由路基区段、桥梁区段、隧道区段和沿线的配套设施(牵引网、牵引供电设施、电力供电设施和通信设施等)组成, 系统中含有大量接地点形成了直流回路。

与大地直接相连的向大地散流的接地装置有牵引站变电所接地网、站房接地装置、通信铁塔接地装置、桥墩的接地、隧道中伸入岩层的接地构件和部分接触网支柱接地等。轨道、接触网、正馈线、综合贯通地线、桥梁和隧道内的结构钢筋、电缆槽等主要起直流连接作用, 可看作系统间等效直流电阻, 具体如图3所示。高速铁路接地系统如图4所示。

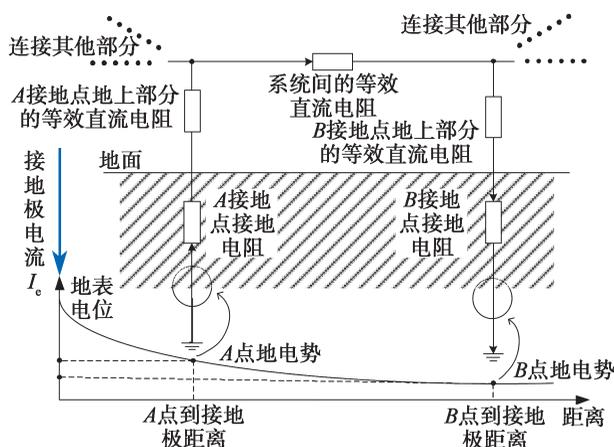


图3 直接地极入地电流对周边设施的场路耦合机理

Fig. 3 Field-circuit coupling mechanism of DC grounding electrode's ground current to surrounding facilities

动车组接地方式主要分为工作接地和保护接地。工作接地是动车组牵引变压器一次侧绕组通过接地碳刷至钢轨接地, 当接地极电流入地时, 由变电所变压器、牵引网、动车组牵引变压器高压侧绕组和钢轨形成了直流通路。

保护接地是车体通过轮对接地, 由钢轨、轮对1、转向架、车体1、车体间连接线、车体2、和轮对2构成直流回路。由于列车长度一般为200~400m, 车体间电位差较小, 可看作等势体, 因此当接地极电流入地时低压侧直流通路基本无直流通过。本文主要就牵引变压器高压侧直流通路开展分析。

### 1.3 高速动车组牵引变压器的直流偏磁

变压器磁化曲线如图5所示, 磁化曲线可看作分段曲线, 有不饱和区1和饱和区2。

根据安培环路定律:  $HI=Ni$

区域1:  $B=k_1H=k_1Ni/l$ 。

区域2:  $B=B_1+k_2(H-H_1)$ ; 其中  $k_2 \ll k_1$ 。

式中:  $H$ 为磁场强度;  $l$ 为磁通回路长度;  $N$ 为绕组匝数;

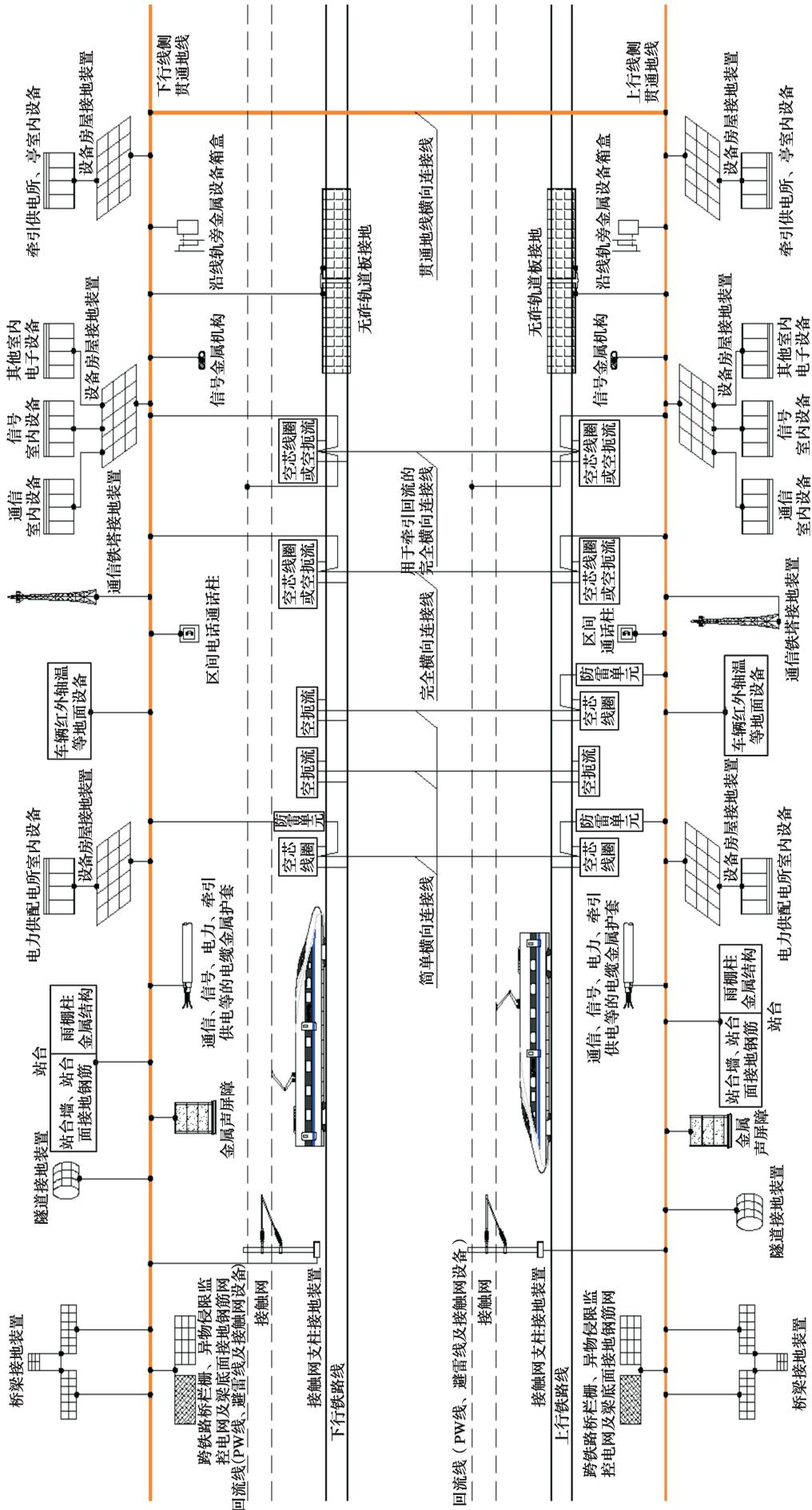


图 4 高速铁路接地系统示意图 Fig. 4 Schematic diagram of high-speed railway grounding system

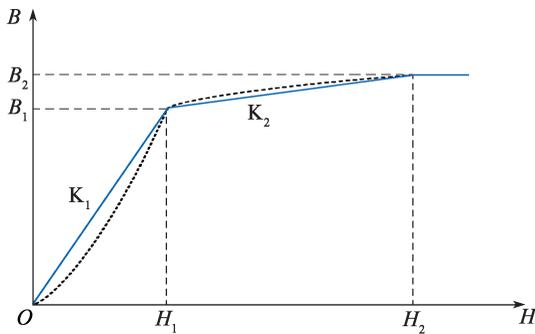


图5 变压器磁化曲线

Fig. 5 Transformer magnetization curve

$k_1$  和  $k_2$  分别为变压器不饱和区 1 和饱和区 2 的磁导率。

由于  $B \propto \phi$  (磁通),  $H \propto i$ , 则  $\phi-i$  曲线与  $B-H$  曲线类同, 如图 6 所示。

高速动车组牵引变压器为单相变压器, 变压器一次绕组通过直流电流时, 励磁电流由流过绕组的直流励磁电流和交流励磁电流组成:

$$i = i_{dc} + i_{ac}, \quad \phi = \phi_{dc} + \phi_{ac}$$

绕组感应电动势与输入电压近似相等, 则有

$$e = N \partial \phi / \partial t \approx \sqrt{2} U \cos \omega t$$

则

$$\phi = \phi_{dc} + \frac{\sqrt{2} U}{N \omega} \sin \omega t$$

式中:  $\phi$ ,  $i$  为总磁通量和总励磁电流;  $\phi_{dc}$ ,  $i_{dc}$  为直流磁通量和直流励磁电流;  $\phi_{ac}$ ,  $i_{ac}$  分别为交流磁通量和交流励磁电流。

当  $i$  大于临界饱和电流时, 正半周波励磁特性处于饱和区, 负半周波励磁特性处于不饱和区, 励磁电流波形将产生畸变, 谐波含量增加, 如图 6 所示。同时, 由于铁心进入励磁饱和区, 励磁电流不再具有半波对称性, 对其进行傅里叶分解, 励磁电流中将出现偶次谐波。

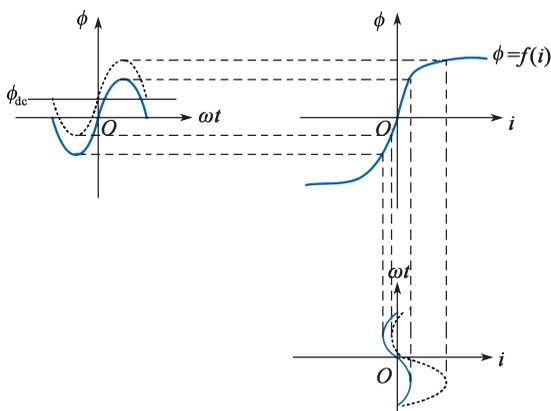


图6 直流电流对变压器励磁电流的影响曲线

Fig. 6 Influence of DC current on transformer excitation current

## 2 高铁接地系统建模

### 2.1 高铁系统线路接地模型

构建长大高铁综合接地系统电磁场模型非常复杂,

计算量过大, 因此通过建立各部分的直流电路模型并与地中的电流场形成的电源网络相结合来建立高铁系统的完整电路模型。为了模拟高铁线路的电流分布, 将线路每隔 1.5 km 分段, 构建“II”型电路, 如图 7 所示。在图 7 中,  $q+1$ ,  $q$  和  $q-1$  为相应的分段点,  $R_q^g$  和  $R_{q-1}^g$  为高速铁路线路接地系统的各段轴向直流电阻;  $R_{q+1}^c$ ,  $R_q^c$  和  $R_{q-1}^c$  为相应高铁线路接地系统的等效直接地电阻;  $I^g$ ,  $I_{q+1}^g$ ,  $I_q^g$  和  $I_{q-1}^g$  分别为直接地极和相应路段流入土壤中的直流电流;  $V_{q+1}^g$ ,  $V_q^g$  和  $V_{q-1}^g$  为直接地极入地电流在该段位置产生的地电位;  $n$  为线路总分段数,  $R_{n(a+1)}^g$ ,  $R_{na}^g$  和  $R_{n(a-1)}^g$  分别为第  $n$  段的线路段与线路段  $n+1$ ,  $n$  和  $n-1$  的互阻的支撑结构, 埋设在土壤中和大地直接接触散流。

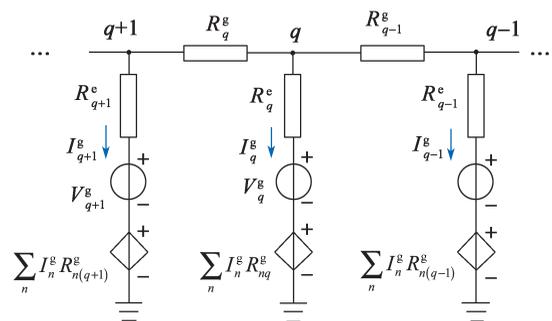


图7 高速铁路接地系统等效电路示意图

Fig. 7 Schematic diagram of equivalent circuit of high-speed railway grounding system

### 2.2 高速动车组接地等效电路模型

高速动车组接地等效电路模型如图 8 所示。其中  $U_s$  为牵引变电所输出电压,  $R_1$ ,  $L_1$  为牵引供电系统接触网线路电阻和电感,  $R_0$  为接地碳刷电阻,  $R_t$ ,  $L_t$  为车体电阻和电感,  $R_r$ ,  $L_r$  为轮对之间钢轨电阻和电感。

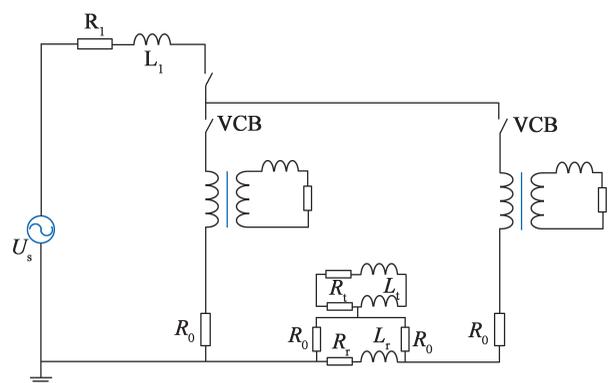


图8 动车组接地回路电路模型

Fig. 8 EMU ground loop circuit model

由于轮对间距离较短, 可看作等势体, 地中直流电流经过车体的很小, 可忽略不计。地中电流主要经过牵引变压器一次侧绕组经综合接地及牵引所亭的地网回流。动车组直流模型可等效为一次绕组的直流电阻与接地碳刷电阻  $R_0$  串联构成的电阻。

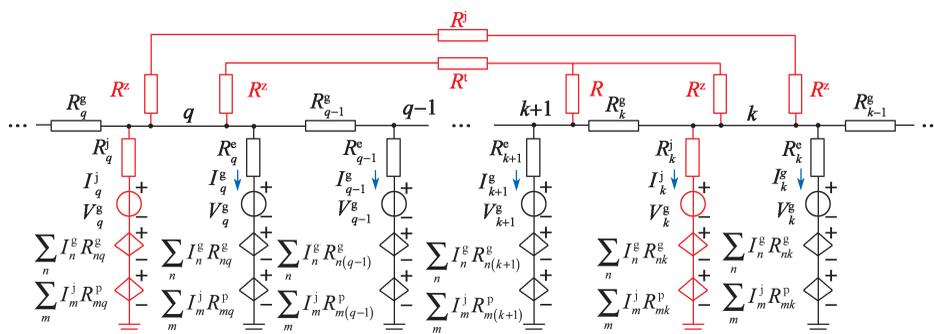


图 9 高速铁路系统总等效电路

Fig. 9 High-speed railway system total equivalent circuit

### 2.3 高铁系统牵引供电系统接地模型

高铁牵引供电系统中的牵引变电所、AT 所、分区所都有各自的接地网接地电阻  $R^j$ ，将其布置在高铁接地系统等效电路的相应分段位置处。在高铁接地系统等效电路的基础上，加设高铁牵引供电系统后的总等效直流电路模型如图 9 所示。在图 9 中， $R^f$  为上下行正馈线并联后的直流电阻， $R^t$  为上下行接触网并联后的直流电阻，皆可以通过导流截面和导体的电阻率获得； $R^z$  为对应的变压器绕组直流电阻， $m$  为线路沿线牵引变电所、分区所和 AT 所的总数， $R_{mq}^p$  和  $R_{m(q-1)}^p$  分别为牵引系统接地装置与线路各段的互阻。

### 3 直流接地极对动车组的影响

接地极一般采用同心双圆环结构。目前，我国直流接地极如大塘接地极、天堂接地极和鱼龙岭接地极参数如表 1 所示。选取典型直流接地极参数进行建模，设接地极外环直径为 800 m，内环直径为 500 m，截面直径为 70 mm，埋深为 3 m，入地电流为 3 000 A。

表 1 直流输电工程接地极的参数

Table 1 Parameters of the ground electrode of the DC transmission project

| 项目       | 大塘接地极 | 天堂接地极 | 鱼龙岭接地极 |
|----------|-------|-------|--------|
| 结构形式     | 同心双圆环 | 同心双圆环 | 同心双圆环  |
| 外环直径 /mm | 690   | 800   | 940    |
| 内环直径 /mm | 480   | 600   | 700    |
| 截面直径 /mm | 50    | 70    | 70     |
| 埋深 /m    | 3     | 4     | 4      |
| 入地电流 /A  | 1 980 | 3 300 | 3 300  |

建立长 204 km 高铁线路仿真模型，牵引变电所间距 51 km，2 个变电所中部设置分区所，供电臂中部设置 AT 所。距离高铁线路起始点 2 km 的位置开始布置动车组，每列动车组间隔 33 km，整条 204 km 高铁线路共布置 7 列动车组。直流接地极位于距离高铁线路起始点 102 km 处，如图 10 所示。

直流接地极

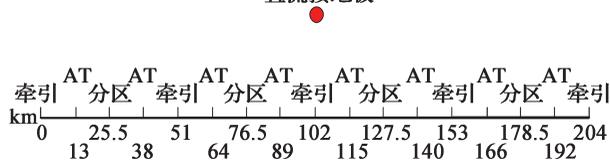


图 10 牵引变电所亭及接地极分布位置

Fig. 10 Distribution location of pavilion and grounding pole of traction substation

### 3.1 土壤电阻率与流经动车组电流的关系

当接地极距铁路垂直距离为 5 km 时，对应于不同土壤电阻率，动车组牵引变压器流过的直流电流结果如图 11 所示。从图 11 可以看出，当土壤电阻率较高时，由于高速铁路接地系统相对于土壤是较好的良导体，经直流接地极流入高速动车组牵引变压器绕组的入地电流会显著增加。因此，当土壤电阻率较高时，直流接地极入地电流对高铁动车组牵引变压器直流偏磁的影响就会更大。

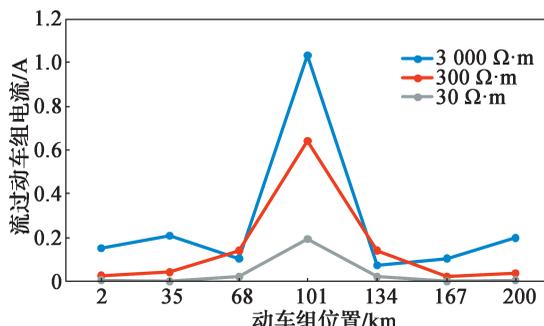


图 11 不同土壤电阻率时流过动车组电流

Fig. 11 Current flowing through the EMU at different soil resistivities

### 3.2 接地极垂直距离与流经动车组电流的关系

当典型土壤电阻率为 300  $\Omega \cdot m$ ，同时包覆层（水泥）电阻率为 100  $\Omega \cdot m$  时，接地极距高铁线路不同垂直距离下得到的流过动车组牵引变压器绕组的直流电流结果如图 12 所示。从图 12 可看出，当土壤电阻率固定时，高铁线路距接地极垂直距离越近，流入动车组牵引变压器绕组的入地电流就会越多。直流接地极距铁路垂直距离 5 km 时，流过接地极附近动车组的直流电流最大 0.64 A。

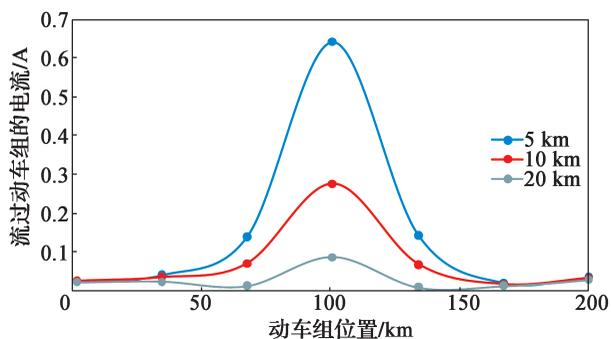


图 12 接地极距铁路垂直距离与流过动车组电流关系  
Fig.12 Current flowing through the EMU at different vertical distances between the ground electrode and the railway

### 4.3 直流电流对牵引变压器直流偏磁的影响

以 CRH 系列某动车组为例, 牵引变压器一次侧为 1 个高压绕组, 二次侧为 4 个相同的低压绕组, 变比为 13.5:1; 一次侧额定电压为 25 kV, 额定容量为 5 848 kW, 二次侧额定电压为 1 850 V, 每个绕组容量为 1 462 kW; 变压器绕组一次侧电阻为 7.02 Ω, 变压器绕组二次侧电阻为 0.029 Ω, 一次侧绕组引线电感和漏感为 0.28 H, 二次侧绕组引线电感和漏感为 1.53 mH, 变压器励磁电感为 123.7 H。基于 Simulink 建立变压器模型如图 13 所示。

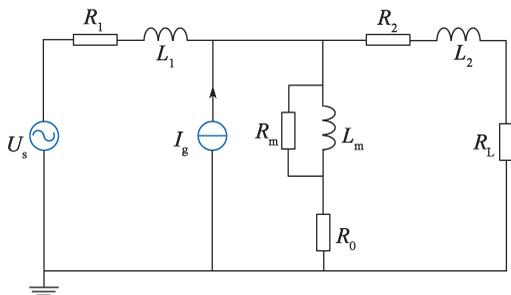


图 13 变压器等效模型  
Fig. 13 Transformer equivalent model

无直流偏磁时, 列车额定功率牵引励磁电流如图 14 所示。

直流电流 0.25 A 时, 列车额定功率牵引励磁电流如图 15 所示。

从图 14 和图 15 可以看出, 由于接地极直流电流较小, 列车牵引变压器励磁电流畸变较小。

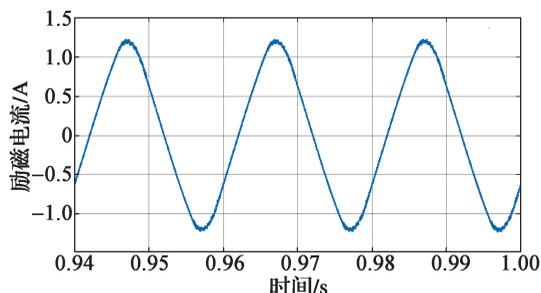


图 14 无直流偏磁时的变压器额定功率励磁电流  
Fig. 14 Excitation current of transformer rated power without DC bias

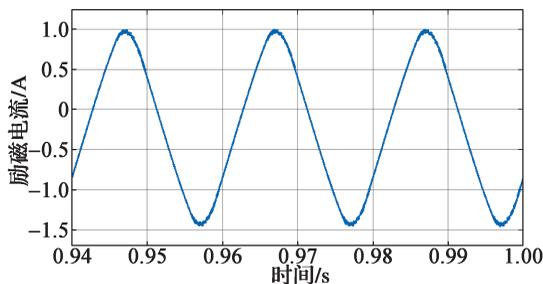


图 15 有直流电流时的变压器额定功率励磁电流  
Fig.15 Excitation current of transformer rated power with DC current

根据《高压直流输电大地返回系统设计技术规程》(DL/T 5224—2014)要求, 单相变压器绕组的允许直流电流为额定电流的 0.3%。动车组牵引变压器一次侧额定电流一般为 150~250 A, 则允许的直流电流范围为 0.45~0.75 A。

根据前面仿真结果可知, 当沿线土壤电阻率小于 300 Ω·m, 并且接地极距铁路垂直距离大于 5 km 时, 流过动车组的直流电流在允许范围; 当土壤电阻率大于 300 Ω·m 或接地极距铁路垂直距离小于 5 km 时, 流过动车组的最大瞬时直流电流超过规程要求, 但由于高速动车组运行速度较高, 直流电流持续的时间较短, 直流偏磁的影响相对较弱。

## 4 结论

本文通过分析高铁线路、牵引供电系统和动车组直流通路, 在 CDEGS 软件上建立了高铁系统“Π”型等效接地模型, 进行直流参数仿真, 从土壤电阻率和直流接地极位置等维度对比分析, 研究了高压直接地极对附近高铁动车组运行的影响, 得出如下结论:

- ①接地极的入地电流流过动车组牵引变压器的一次侧绕组形成直流通路, 会对车载变压器产生直流偏磁影响, 直流电流越大, 变压器的励磁电流畸变率越高, 变压器的损耗也将随之增大。
- ②土壤电阻率、接地极距铁路的垂直距离对流过动车组的电流均有影响。土壤电阻率越高、接地极距铁路垂直距离越小, 则流过动车组的电流越大。当沿线土壤电阻率小于 300 Ω·m, 并且接地极距铁路垂直距离大于 5 km 时, 流过动车组变压器的直流电流满足规程要求, 直流偏磁影响可忽略。
- ③动车组的位置对直流接地极流过列车的电流也存在影响, 对距离高铁线路中点最近的列车影响最为明显, 对其他位置列车影响较小。

### 参考文献:

[1] 李想, 滕卫明, 肖剑锋, 等. 华东特高压直接地极对输气管道电干扰的监测及分析 [J]. 腐蚀与防护, 2020, 41(4): 38-42.  
LI Xiang, TENG Weiming, XIAO Jianfeng, et al. Monitoring

- and analysis of electrical interference of east China UHVDC grounding electrodes to gas pipeline[J]. Corrosion and Protection, 2020, 41(4): 38-42.
- [2] 梅勇, 周剑, 王玲, 等. 复杂运行方式下核电站变压器的直流偏磁问题[J]. 武汉大学学报(工学版), 2020, 53(4): 345-352.  
MEI Yong, ZHOU Jian, WANG Ling, et al. Transformer DC bias in nuclear power plant under complex operation mode[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2020, 53(4): 345-352.
- [3] 杨永明, 刘行谋, 陈涛, 等. 特高压直流输电接地极附近的土壤结构对变压器直流偏磁的影响[J]. 电网技术, 2012, 36(7): 26-32.  
YANG Yongming, LIU Xingmou, CHEN Tao, et al. Impact of soil structure adjacent to ground electrodes of UHVDC power transmission lines on DC bias of power transformers[J]. Power System Technology, 2012, 36(7): 26-32.
- [4] 青攀. 高压直流接地电流对高铁牵引网的影响研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2016.  
QING Pan. Research on influence of HVDC ground electrode current on high-speed railway traction net[D]. Beijing: North China Electric Power University, 2016.
- [5] 刘鑫. 直接地极对电气化铁路的轨地跨步电压及牵引变影响研究[D]. 长春: 吉林大学, 2018.  
LIU Xin. Research on influence of DC grounding electrode on railroad step voltage and traction transformer of electrified railway[D]. Changchun: Jilin University, 2018.
- [6] 刘东来. 高速动车组接地技术研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2013.  
LIU Donglai. Study on grounding technology of high-speed trains[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2013.
- [7] 王建国, 郭星, 孙建明, 等. 高速铁路隧道综合接地系统接地特性分析[J]. 铁道标准设计, 2019, 63(2): 143-147.  
WANG Jianguo, GUO Xing, SUN Jianming, et al. Analysis of grounding characteristics of high-speed railway tunnel integrated grounding system[J]. Railway Standard Design, 2019, 63(2): 143-147.
- [8] 张波, 赵杰, 曾嵘, 等. 直流大地运行时交流系统直流电流分布的预测方法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(13): 84-88.  
ZHANG Bo, ZHAO Jie, ZENG Rong, et al. Estimation of DC current distribution in AC power system caused by HVDC transmission system in ground return status[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(13): 84-88.
- [9] LAHTINEN M, ELOVAARA J. GIC occurrences and GIC test for 400 kV system transformer[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2002, 17(2): 555-561.
- [10] DAWALIBI F P, LI Y, LI C, et al. Mitigation of transformer saturation due to neutral HVDC currents[C]//IEEE. 2005 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference & Exposition: Asia and Pacific. Dalian, China: IEEE, 2005: 1-6.
- [11] 苏冬冬, 刘志刚, 黄可. 高架桥区段牵引网综合接地系统的建模研究[J]. 电气化铁道, 2020, 31(5): 15-21.  
SU Dongdong, LIU Zhigang, HUANG Ke. Research on modeling scheme for integrated earthing of traction network in viaduct sections[J]. Electric Railway, 2020, 31(5): 15-21.
- [12] 李景丽, 栗超超, 冯鹏. 复杂土壤结构对流入变压器直流电流的影响分析[J]. 电瓷避雷器, 2020(3): 34-42.  
LI Jingli, LI Chaochao, FENG Peng. Analysis of the influence of complex soil structure on DC current flowing into transformer[J]. Insulators and Surge Arresters, 2020(3): 34-42.
- [13] 关怀君. 高速铁路桥梁地段综合接地系统工程设计的探讨[J]. 铁道通信信号, 2020, 56(1): 20-23.  
GUAN Huaijun. Discussion on engineering design of comprehensive grounding system for high-speed railway bridge section[J]. Railway Signalling & Communication, 2020, 56(1): 20-23.
- [14] 叶会生. HVDC 输电系统入地电流在交流系统中分布的研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.  
YE Huisheng. Research on the DC current distribution in AC power system caused by an HVDC system[D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2007.
- [15] BOTELER D H, SHIER R M, WATANABE T, et al. Effects of geomagnetically induced currents in the BC hydro 500 kV system[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1989, 4(1): 818-823.
- [16] PRICE P R. Geomagnetically induced current effects on transformers[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2002, 17(4): 1002-1008.
- [17] 万玉苏. 高速动车组操作过电压特性与影响机制研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2017.  
WAN Yusu. Study on the characteristics and influencing mechanism of switching overvoltage for high-speed EMU[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2017.
- [18] 刘耀银. 高速动车组接地方式对接地回流分布的影响研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2017.  
LIU Yaoyin. Study on the effect of grounding methods of high-speed EMU on distribution of grounding return current[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2017.
- [19] 王鹏. 400 kV 单相电力变压器直流偏磁理论及实验研究[D]. 济南: 山东大学, 2017.  
WANG Peng. 400 kV single-phase power transformer DC bias magnetic theory and experimental research[D]. Jinan: Shandong University, 2017.
- [20] 王泽忠, 李明洋, 李冰, 等. 单相四柱试验变压器铁心磁化曲线等效与直流偏磁分析[J]. 电工电能新技术, 2020, 39(8): 29-39.  
WANG Zezhong, LI Mingyang, LI Bing, et al. Equivalent of magnetization curve of single-phase four-column test transformer and analysis of DC bias[J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2020, 39(8): 29-39.
- [21] 曹保江, 宋勇葆, 高国强, 等. 基于 PSCAD 的动车组过分相时车载牵引变压器励磁涌流仿真分析[J]. 铁道学报, 2019, 41(8): 39-44.  
CAO Baojiang, SONG Yongbao, GAO Guoqiang, et al. Simulation analysis on inrush current of vehicle-mounted traction transformer in the case of electric multiple unit passing neutral section based on PSCAD[J]. Journal of the China Railway Society, 2019, 41(8): 39-44.
- [22] 李晓萍, 文习山, 蓝磊, 等. 单相变压器直流偏磁试验与仿真[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(9): 33-40.  
LI Xiaoping, WEN Xishan, LAN Lei, et al. Test and simulation for single-phase transformer under DC bias[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(9): 33-40.