



基于自适应分数阶傅里叶变换的 机车齿轮箱故障诊断

朱彦辉

(国家铁路集团武汉安监特派办, 湖北 武汉 430000)

摘要: 针对机车线路运行中传动系统故障信息提取难的问题, 文章提出一种变速工况下的诊断方法, 即通过分析牵引电机电流信号诊断机车传动齿轮故障。当牵引电机转速线性变化时, 传动系统故障特征频率也呈线性变化, 但其频率变化率与电机供电频率、齿轮转频的频率变化率均不同, 存在多种变化率。分数阶傅里叶变换虽擅长分析线性调频信号, 但存在阶次选择问题。基于此, 文章提出构造新的混合熵, 统一描述分数阶傅里叶变换谱峰的尖锐程度和频域能量的聚集程度, 并将其作为适应度函数, 通过穷举搜索方法确定最佳阶次。试验结果表明, 文章所提方法能有效诊断牵引电机传动齿轮故障。

关键词: 机车; 齿轮故障; 故障诊断; 电机电流分析; 分数阶傅里叶变换; 混合熵

中图分类号: U269

文献标志码: A

文章编号: 1000-128X(2025)05-0113-08

0 引言

机车在实际线路运行中, 牵引传动系统工作条件恶劣, 需通过精细维护保障行车安全。齿轮作为机车传动系统的核心部件, 随着铁路运输向重载、高速化发展, 正面临严峻的性能挑战。机车运行中载荷复杂多变, 大幅增加了齿轮故障风险, 例如齿面磨损影响传动效率, 齿根裂纹可能发展为断齿, 导致传动系统瘫痪。因此, 研发并应用先进的齿轮故障诊断方法至关重要。齿轮状态监测与故障诊断常采用振动信号分析方法, 实践证明该方法效果良好^[1]。但对于HXD3C型等车型, 其传动系统空间狭小, 振动传感器安装困难; 此外, 安装于轴承座的振动传感器对周围环境敏感, 易受车身、轨道等异常振动干扰, 实际使用便利性不足^[2]。

近年来, 电机电流分析 (motor current signature analysis, MCSA) 被广泛应用于齿轮故障诊断^[3]。电机作为驱动齿轮运转的动力源, 其电流信号蕴含丰富的齿轮运行状态信息。当齿轮出现齿面磨损、齿根裂纹、

断齿等故障时, 会引起齿轮啮合刚度变化, 进而导致电机负载转矩波动。交流电机属于高度对称的电磁系统, 负载转矩波动会破坏这种对称性, 引发气隙中旋转电磁场的变化, 最终在定子电流中感应出新的频率分量。电机定子电流特征分析正是通过检测某些特征频率分量的变化, 实现齿轮故障诊断。由于机车控制和电机保护需求, 牵引电机三相供电电流中已有两相处于连续监测状态, 因此基于定子电流分析的故障检测方法无须额外安装传感器, 属于无传感器故障诊断, 是真正意义上的非接触测量, 尤其适用于结构紧凑、无空间安装振动传感器的车型^[4-5]。

传统的MCSA存在显著缺陷: 仅适用于电机匀速运转时的故障诊断。在变转速条件下, 电机电流中各分量的频率与幅值随时间变化, 会导致频谱图出现频率模糊的现象, 难以从中检测到故障特征频率^[6]。机车在实际线路运行中, 受过分相和线路状况变化 (直线、不同曲率半径曲线、坡度变化等) 影响, 牵引电机转速无法保持稳定, MCSA的现场应用极具挑战性。

为克服传统MCSA的不足, 有学者提出了瞬时电机电流分析方法 (transient MCSA, TMCSA), 通过时

基金项目: 国家自然科学基金项目(51975040)

通信作者: 朱彦辉, 男, 高级工程师, 主要从事机车车辆运行安全与故障诊断研究工作; E-mail: zhuyanhui0228@163.com

引用格式: 朱彦辉. 基于自适应分数阶傅里叶变换的机车齿轮箱故障诊断[J]. 机车电传动, 2025(5): 113-120. DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2025.05.012.

Citation: ZHU Yanhui. Fault diagnosis of locomotive gearboxes based on adaptive fractional Fourier transform[J]. Electric drive for locomotives, 2025(5): 113-120. DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2025.05.012.

频分析方法处理速度瞬时变化的电机电流信号,建立电机电流中各分量的时间-频率变化轨迹。TMCSA借助时频分析工具在时间-频率平面检测故障特征频率,不再局限于匀速运转的电机电流信号,大幅扩展了应用范围。但TMCSA现场应用仍面临一些挑战,时频平面上的故障模式识别比恒定转速下的频谱峰值检测复杂得多。例如,维格纳维尔分布(Wigner-Ville distribution, WVD)分析法作为标准时频分析工具,虽能反映信号能量在时频平面的分布,但存在交叉项问题,严重影响分辨率。

分数阶傅里叶变换(fractional Fourier transform, FrFT)是经典傅里叶变换的广义形式,通过旋转因子实现时频平面的旋转,得到新的信号表示^[7]。FrFT具有良好的时频局部化特性,且无交叉项干扰,适用于时变信号处理和特征提取,尤其擅长检测线性调频(linear frequency modulation, LFM)信号^[8]。受过分相和线路条件变化等影响,机车无法匀速运行,电流信号呈现非平稳特征;在均匀变速条件下,瞬时转速曲线可视为上升或下降的直线。由于定子电流各分量的变化率与转速相关,齿轮故障对应的电流信号可近似为多分量LFM信号。在最佳旋转角度下,LFM信号的FrFT会产生最高的能量分布密度,实现良好的时频表示,因此FrFT可用于匀变速条件下的齿轮故障诊断。

FrFT实际应用的核心问题是如何确定合适的阶次 p (p 决定旋转角度 α),只有选择合适值,FrFT才具有高分辨率。峰值搜索法可用于寻找FrFT的最优阶次,但在信噪比较低时,确定最佳阶次的准确性较低^[9]。需要注意,当FrFT的阶次适宜时,LFM信号的FrFT谱图呈现尖峰形态,且在分数域具有较好的能量聚集特性。因此,本文提出一种新型混合熵,即通过分数阶能量熵描述信号FrFT的能量聚集程度,借助分数阶谱熵(spectral entropy, SE)描述FrFT谱峰的尖锐程度,以此统一表征FrFT的能量聚集特征,并将其作为适应度函数选择最佳阶次。

通过上述分析,本文提出了基于自适应分数阶傅里叶变换(adaptive fractional Fourier transform, AFrFT)检测瞬态电机电流信号的机车牵引传动系统故障诊断新方法:先对电机电流信号进行不同阶次的FrFT,计算分数阶混合熵;若混合熵出现明显的极大值点,则对应阶次最优,表明含有调频分量;随后在最优阶次下进行FrFT,提取故障信息;最后通过机车线路运行试验验证该方法在机车变速运行时诊断各类机车牵引电机故障的准确性。

1 电机电流时变特征

齿轮局部故障引发的机械扭矩变化,会导致传动

系统产生以旋转频率为周期的剧烈振动,该振动信息会映射到驱动电机的定子电流中^[10]。当齿轮发生故障时,负载扭矩中会产生一个附加的周期成分,因此故障时的负载扭矩可表示为

$$T_{\text{LF}}(t) = T_{\text{LH}}(t) + T_{\text{fp}}(t) \quad (1)$$

式中: $T_{\text{LH}}(t)$ 为正常工况下的负载扭矩; $T_{\text{fp}}(t)$ 为齿轮局部故障引起的零均值周期成分,可用式(2)表示。

$$T_{\text{fp}}(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} T_k \cos(k\omega_{\text{fp}}t + \phi_k), \quad \omega_{\text{fp}} = 2\pi f_{\text{fp}} \quad (2)$$

式中: f_{fp} 为故障齿廓的基频,对于一级齿轮系统,基频与大小齿轮旋转频率有关; T_k 和 ϕ_k 分别为由啮合刚度产生波动分量的幅值和相位,由故障齿廓傅里叶级数系数获取; k 取整数。

根据上述分析,驱动电机定子电流可表示为

$$I_A(t) \approx I_s \sin(\omega_s t) + I_r \sin(\omega_s t + \chi_{\text{LH}}(t) + \chi_{\text{fp}}(t) + \eta_r) \quad (3)$$

式中: ω_s 为供电角频率, $\omega_s = 2\pi f_s$, f_s 为供电频率; η_r 为与相位调制有关的相角; I_s 为供电频率分量的幅值; I_r 为齿轮故障分量的幅值; $\chi_{\text{LH}}(t)$ 、 $\chi_{\text{fp}}(t)$ 分别为与正常和故障齿廓有关的相位调制分量。

故障条件下相位调制分量 $\chi_{\text{fp}}(t)$ 定义为

$$\chi_{\text{fp}}(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} \chi_k \cos(k\omega_{\text{fp}}t + \alpha_k), \quad \chi_k \propto \frac{p_p T_k}{J_{\text{eq}} (k\omega_{\text{fp}})^2} \quad (4)$$

式中: α_k 为与 $\chi_{\text{fp}}(t)$ 对应的相角; J_{eq} 为异步电机的等效转动惯量; p_p 为电机的极对数; χ_k 为一个系数,与 p_p 和 T_k 成正比,与 J_{eq} 和 ω_{fp} 成反比。

考虑到 $\chi_{\text{LH}}(t)$ 、 $\chi_{\text{fp}}(t)$ 的幅值较小,当 $\chi \ll 1$ 时,有 $\sin x \approx x$, $\cos x \approx 1$, 则式(3)可化简为

$$I_A(t) \approx I_{\text{healthy}}(t) + I_r \cos(\omega_s t + \eta_r) \chi_{\text{fp}}(t) \quad (5)$$

$$I_{\text{healthy}}(t) \approx I_s \sin(\omega_s t) + I_r \sin(\omega_s t + \eta_r) +$$

$$I_r \cos(\omega_s t + \eta_r) \chi_{\text{LH}}(t) \quad (6)$$

根据式(4),重新定义电机定子电流表达式为

$$I_A(t) = I_{\text{healthy}}(t) + I_r \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\chi_k}{2} \cos(2\pi(f_s - kf_{\text{fp}})t + \phi_{\text{L},k}) +$$

$$I_r \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\chi_k}{2} \cos(2\pi(f_s + kf_{\text{fp}})t + \phi_{\text{r},k}) \quad (7)$$

式中: $\phi_{\text{L},k} = \eta_r - \alpha_k$; $\phi_{\text{r},k} = \eta_r + \alpha_k$ 。

由式(7)可知,齿轮故障会使电机定子电流信号产生新的分量,这些分量的频率与电机供电频率、故障齿廓基频相关,而故障齿廓基频与齿轮旋转频率成正比。因此,齿轮故障特征频率由电机供电频率与齿轮转频共同决定。

当电机升速运转时,可假定在一个时间间隔 $[t_0, t_n]$ 内,电机供电频率与转频均呈线性增加,即 $f_s = f_{s0} + \mu_1 t$, $f_{\text{fp}} = f_{\text{fp0}} + \mu_2 t$ 。考虑到在长度为 Δt 的分析窗口内信号可认定为保持平稳,因此在每个足够小的时间间隔 $[t_i, t_{i+1}]$ 内($t_i = i \cdot \Delta t, i \in [0, n]$),齿轮故障导致的电机定子电流分量为

$$I_{\text{fault}}(t) = \sum_{i=1}^n \left\{ I_r \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\chi_k}{2} \cos \left[2\pi \left(f_{s0} - kf_{fp0} + \mu_1 t_i - k\mu_2 t_i \right) t + \phi_{l,k} \right] + \right. \\ \left. I_r \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\chi_k}{2} \cos \left[2\pi \left(f_{s0} + kf_{fp0} + \mu_1 t_i + k\mu_2 t_i \right) t + \phi_{r,k} \right] \right\} \quad (8)$$

由式(8)可知,当电机转速线性变化时,齿轮故障特征频率也随之线性变化,但其频率变化率与转频、供电频率的频率变化率不同,存在多种变化率。因此,准确检测时变的齿轮故障频率是变速工况下故障诊断成功的关键。FrFT是分析LFM信号的有力工具,能有效检测复杂信号中的LFM分量,效果优于目前常用的时频分析工具。

2 AFRFT

2.1 FrFT

时间序列 $x(t)$ 的FrFT可表示为 $X_\alpha(u)$,FrFT的基本定义为

$$X_\alpha(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) K_\alpha(u, t) dt \quad (9)$$

式中: α 为FrFT分数域旋转角度; $K_\alpha(u, t)$ 为FrFT的变换核,其表达式见式(10)

$$K_\alpha = \begin{cases} A_\alpha \exp(j\pi(u^2 \cot \alpha - 2ut \csc \alpha + t^2 \cot \alpha)), & \alpha \neq n\pi \\ \delta(u-t), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(u+t), & \alpha = (2n \pm 1)\pi \end{cases} \quad (10)$$

式中: $A_\alpha = \sqrt{1 - j \cot \alpha}$; n 为整数。

阶次 $p=2\alpha/\pi$,对应区间为 $(-2, 2]$;当 $p=0$ 时, $X_0(u)=x(t)$;当 $p=1$ 时, $X_1(u)=X(f)$ 。

由式(10)可知,FrFT的变换核心本质为一组具有线性调频率 $\cot \alpha$ 的LFM信号,通过改变旋转角度 α ,可获得不同调频斜率的基函数。LFM信号的检测原理为:若目标LFM分量的调频斜率与FrFT基函数的调频斜率一致,则在此阶次下,该信号必然在分数域形成一个 δ 函数。由式(9)可知,对于 $x(t) = e^{j(2\pi f_0 t + \pi \mu_0 t^2)}$ (μ_0 为调频斜率, f_0 为初始频率)的LFM信号,要使其在分数域发生能量聚集,需保证调频率相等,即 $\mu_0 = -\cot \alpha_0$, $f_{\text{mid}} = u_0 \csc \alpha_0$,其中 α_0 为聚集时的旋转角度, u_0 为在分数域中的聚集位置, f_{mid} 为LFM信号的中心频率。

FrFT适用于非平稳信号处理,尤其擅长LFM分量提取,但需在阶次 p 选择合适时才能发挥作用,下文通过仿真信号加以说明。

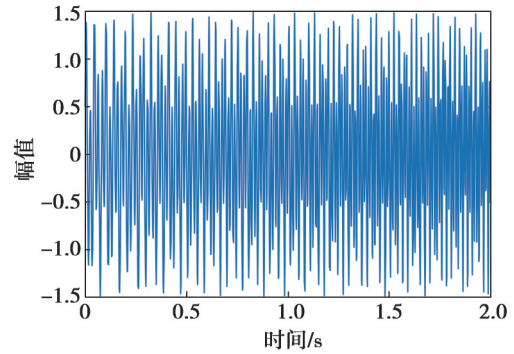
设 $x(t)$ 为两个LFM分量的叠加,即

$$x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + 0.5 \cos(2\pi f_2 t) \quad (11)$$

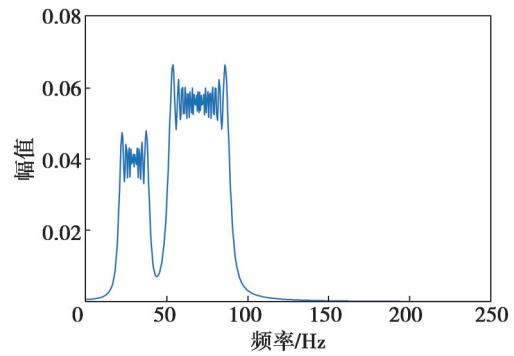
式中: $f_1 = 50 + 10t$, $f_2 = 20 + 5t$;采样频率为500 Hz,采样点数为1 000。

图1为信号 $x(t)$ 的波形和频谱,可见因信号频率随时间变化,频谱图出现频率模糊现象。信号 $x(t)$ 的FrFT结果如图2所示,通过调整阶次 p ,对信号 $x(t)$ 中的两

个LFM分量进行FrFT,类似于正弦信号傅里叶变换在各自最优阶次上聚集,即在分数域中将 $X_\alpha(u)$ 变为 δ 函数。



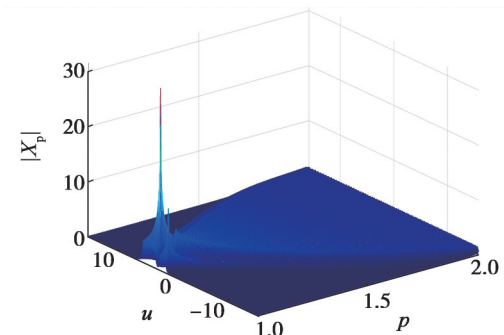
(a) 波形



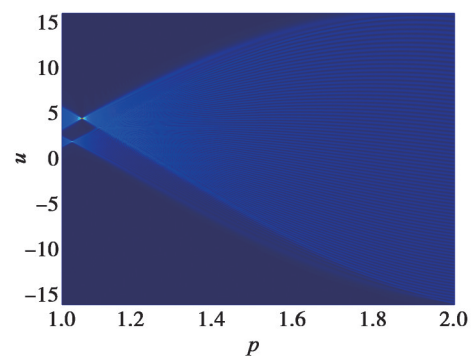
(b) 频谱

图1 信号 $x(t)$ 的波形和频谱

Fig. 1 Waveform and spectrum of signal $x(t)$



(a) 信号 $x(t)$ 的 p 阶 $X_\alpha(u)$ 3D图



(b) 信号 $x(t)$ 的 p 阶 $X_\alpha(u)$ 2D图

图2 信号 $x(t)$ 的FrFT结果

Fig. 2 FrFT result of signal $x(t)$

对于LFM信号,设采样频率为 F_s ,采样点数为 N ,则将LFM转换为 δ 函数的FrFT域角度 α_0 为

$$\alpha_0 = \tan^{-1} \left(-\frac{F_s^2/N}{2\mu_0} \right) \quad (12)$$

最优阶次 p_0 为

$$p_0 = \alpha_0 \cdot 2/\pi, \quad p_0 \in [0, 2] \quad (13)$$

信号 $x(t)$ 的两个LFM分量的最优阶次分别为： $\alpha_{01} = -1.531$, $p_{01} = 1.026$; $\alpha_{02} = -1.491$, $p_{02} = 1.051$ 。

FrFT有效提取LFM分量的前提是确定阶次，阶次为1.026、1.035、1.051的FrFT切片如图3所示。在最优阶次1.026和1.051下，对应的LFM分量会在分数域形成尖锐的谱峰，而偏离最优阶次后谱峰逐渐模糊，只有阶次选择合适，才能实现LFM分量的频域聚集。

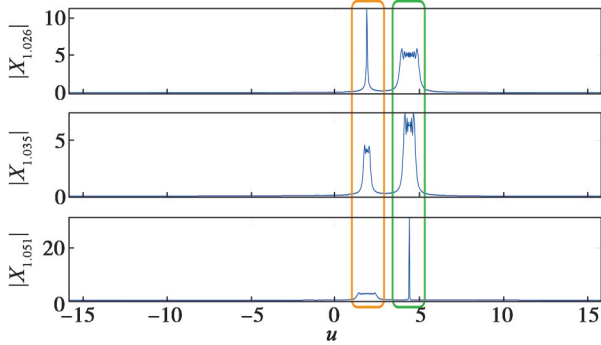


图3 信号 $x(t)$ 在 p 分别为1.026、1.035、1.051位置处的FrFT
Fig. 3 FrFT of signal $x(t)$ at $p = 1.026, 1.035, 1.051$

2.2 分数阶混合熵

由前文可知，FrFT提取LFM分量依赖于阶次选择；旋转机械信号虽可根据转速确定阶次，但应用局限性较大；而不预先输入参数，完全依据信号自身特征确定阶次（即自适应参数选择）具有重要意义。有限穷举法是寻找优化参数的有效手段，但对目标函数要求较高。熵从整体上描述信号的复杂性和动态变化，广泛用作目标函数。由图3可知，当FrFT阶次适宜时，谱峰尖锐且频域能量集中，因此本文提出构造新型混合熵，统一描述FrFT谱峰的尖锐程度和频域能量集中程度，并将其作为目标函数搜索FrFT的最优阶次。

熵作为度量不确定性与不规则性的概念，由香农于1948年首次提出，此后熵理论不断发展，涌现出多种熵算法^[11]。熵属于归一化、无量纲参数，受数据长度、采样频率等影响很小，且原则上电机电流信号的熵与供电频率无直接关联，这些优良特性使其被广泛用作故障诊断指标和优化目标函数。

传统熵仅从单一角度描述信号的复杂性，导致信号表征不足，因此本文提出了混合熵，从不同角度统一度量信号的不确定性。由于混合熵融合了两种以上熵的优势，因此对信号特征的描述更准确、更可靠^[12]。前文分析指出，确定FrFT的阶次需在分数阶频域同时描述信号的能量集中程度和谱峰尖锐程度，而现有熵函数无法满足此要求，因此本文提出构建新型混合熵：

一方面，借鉴小波包能量熵的思想构造FrFT能量熵，定量描述信号经FrFT后的能量聚集程度；另一方面，利用SE描述能谱峰的平坦程度（反向表征尖锐程度），提出FrFT-SE，通过对信号的分数阶傅里叶谱再求SE，表征其谱峰的平坦程度。综合这两种熵，实现对FrFT谱聚集性特征的统一描述，并以混合熵为目标函数，搜索确定FrFT的最优阶次。

由LFM信号的FrFT结果可知，阶次选择适宜时，信号能量集中于单一频率成分，反之则能量散布，因此可通过子带之间的能量分布判断阶次是否合适。小波包能量熵虽广泛用于描述能量分布，但存在敏感性不足的缺点；而分数能量熵（fractional energy entropy, FEE）对频域中能量分布的变化更敏感，适合表征电机电流信号FrFT的能量特征^[13]。能量分布越不均匀，FEE值越大；当FrFT阶次选择准确时，频谱能量集中于“一条线”，此时FrFT-WPT-FEE的熵值最大，因此FrFT-WPT-FEE适用于FrFT最优阶次的选择。

SE通过基于离散傅里叶变换（discrete Fourier transform, DFT）获得的相对功率谱密度来计算时间序列的复杂性^[14]，其凭借计算公式简洁、可适用于短数据的优点得到广泛应用。SE的本质是测量频谱的平坦度：SE值越高，表明频谱越平坦、越均匀。当阶次选择准确时，LFM信号的FrFT理论上为冲激函数，冲激函数的频谱为一条直线，平坦度最高，此时SE值达到最大。因此，FrFT-SE能有效反映FrFT阶次是否适宜，仅当阶次选择准确时，SE才能达到最大值。

分数阶小波能量熵与FrFT-SE分别从能量聚集程度和频谱分布均匀程度两个维度描述信号FrFT的复杂程度，将两者结合构造混合熵，统一描述信号FrFT的特性，适用于作为目标函数搜寻FrFT的最优阶次。

对于采样点数为 N 的时间序列，如 $x(n) = \{x(0), x(1), \dots, x(N-1)\}$ ，以下具体阐述FrFT混合熵的构建步骤。

首先，给定阶次 p ，信号 $x(n)$ 的FrFT记作 $X_a(u)$ ；其次，根据广泛使用的小波包能量熵，求出FrFT能量熵。具体如下：

①对序列 $X_a(u)$ 进行3层小波包分解，获得8个子带信号。

②计算每个子带信号的能量 E_j ，具体为

$$E_j = \sum_{k=1}^n \|d_{j,k}\|^2, \quad j = 1, 2, \dots, 8 \quad (14)$$

式中： $d_{j,k}$ 为每个子带信号的幅值。

③计算信号的总能量，具体为

$$E = \sum_{j=1}^8 E_j \quad (15)$$

④计算每个子带信号能量与总能量的比值，具体为

$$P_j = E_j/E \quad (16)$$

⑤FrFT-WPD-FEE能量熵表示为

$$H_E = -\frac{1}{\ln 8} \sum_{j=1}^8 \frac{p_j^{-q}}{\Gamma(q+1)} [\ln(p_j) + \psi(1) - \psi(1-q)] p_j \quad (17)$$

式中： $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数； $\psi(\cdot)$ 为双伽玛函数； q 为分数阶指数，满足 $-1 < q < 1$ ，本文取 $q=0.5$ 。

再次，计算FrFT-SE，具体如下：

① $X_a(u)$ 序列的快速傅里叶变换（fast Fourier transform, FFT）为

$$X(k) = \sum_{m=0}^{N-1} X_a(m) e^{-j \frac{2\pi mk}{N}} \quad (18)$$

式中： $k=0, 1, \dots, N-1$ 。

$X_a(u)$ 的相对功率谱密度为

$$P(k) = \frac{|X(k)|^2}{\sum_{k=0}^{N/2-1} |X(k)|^2} \quad (19)$$

②Shannon SE在概率分布上定义为

$$SE = -\frac{1}{\ln(N/2)} \cdot \sum_{k=0}^{N/2-1} P(k) \cdot \ln(P(k)) \quad (20)$$

③用Rényi熵代替Shannon熵，得到SE的广义形式，因此FrFT的平坦性可描述为

$$H_{RS} = \frac{1}{\ln(N/2)} \cdot \frac{1}{1-\beta} \cdot \ln \left(\sum_{k=0}^{N/2-1} P(k)^\beta \right) \quad (21)$$

式中： $\beta(\beta \geq 0 \text{ 且 } \beta \neq 1)$ 为偏移参数，本文取 $\beta=2$ 。

最后，FrFT的混合熵表示为

$$H = -\frac{1}{\ln 8} \sum_{j=1}^8 \frac{p_j^{-q}}{\Gamma(q+1)} [\ln(p_j) + \psi(1) - \psi(1-q)] p_j + \frac{1}{\ln(N/2)} \cdot \frac{1}{1-\beta} \cdot \ln \left(\sum_{f=0}^{N/2-1} P_f^\beta \right) \quad (22)$$

2.3 基于混合熵FrFT的最优阶次选择

本文提出的新型混合熵可统一描述信号FrFT的谱峰尖锐程度与频域能量聚集程度，将其作为目标函数搜索FrFT的最优阶次。在此基础上，本文提出基于混合熵的FrFT最优阶次选择方法：以混合熵为目标函数，通过有限穷举法确定FrFT的最优阶次，即AFrFT。阶次精度可根据需求调整，试验表明，当搜索步长取0.001时，通常能获得较为满意的结果；若需极高精度，则搜索步长可设为0.000 1。实际应用中，为提升效率，可先采用大步长搜索，接近目标后再换用小步长搜索。对于单一分量，阶次最优时混合熵最大，表现为极大值点；对于多分量，能量较小的信号分量对应局部极大值点，因此当混合熵曲线出现全局或局部极大值点时阶次最优，且含有LFM分量。基于AFrFT的主要计算步骤如下：

①设置阶次 p 的初始值、最小值、最大值及步长，即 $p=p_{\min} : p_i : p_{\max}$ ，其中 $p_{\min}$ 为初始值， p_i 为算法步长，建议设为0.001， $p_{\max}$ 为最大值；

②计算信号的FrFT混合熵；

③利用混合熵的全局或局部极大值原理，确定LFM分量的最优聚集阶次 p_0 ；

④在最优阶次 p_0 下对信号进行FrFT，在分数域的幅频图中找到该分量的最优聚集中心 u_0 ；

⑤根据参数 (p_0, u_0) ，估算LFM信号的调频斜率 μ_0 和起始频率 f_0 。

3 试验验证

本试验选用HXD3C型干线客货通用电力机车，最高运营速度为120 km/h，装备6台YJ85A型4极异步牵引电机，电机参数如下：额定电流为390 A，额定电压为2 150 V，额定功率为1 250 kW，额定转速为1 365 r/min，转差率为1.4%。轴端轴承型号为NU330，风扇端轴承型号为NU320，机车齿轮箱传动比为101 : 21。试验时发现机车齿轮箱某传动轴存在异音，于是采集电机电流信号进行故障诊断分析。

齿轮故障会引发异常振动，导致电机的定子和转子异常转动，从而改变两者之间的气旋，最终在电机电流信号中产生与故障相关的新频率分量。电机电流谱中与一级齿轮故障相关的频率如表1所示，其中 f_s 为电源频率， f_{r1} 为小齿轮转频， f_{r2} 为大齿轮转频， $k=1, 2, 3, \dots$ 。

表1 电机定子电流谱中的齿轮故障频率

Table 1 Gear fault frequency in motor stator current spectrum

位置	故障特征频率
小齿轮	$f_{g1} = f_s \pm k f_{r1}$
大齿轮	$f_{g2} = f_s \pm k f_{r2}$

图4为机车变速运行时该电机a相定子电流的时域波形（仅绘制1 s片段）和功率谱，采样频率为2 000 Hz。本试验中机车速度为77~83 km/h，电机转轴转速为1 673~1 792 r/min，对应转频为28~30 Hz，供电频率为58~63 Hz，小齿轮旋转频率 f_1 为28~30 Hz，大齿轮旋转频率 f_2 为5.8~6.2 Hz，分析数据长度为10 240。机车升速时，各分量频率随转速变化，功率谱图出现频率模糊现象，仅大致可见供电频率及其主要谐波的频带，证明变速下的电机故障诊断极具挑战性。

首先采用峰值搜索法，在 $p \in [1, 1.1]$ 内对信号进行 p_i 阶FrFT，以信号FrFT谱峰幅值绝对值的最大值作为目标函数确定FrFT的最优阶次，结果如图5(a)所示（横坐标为阶次，纵坐标为FrFT局部最大值）。图5(a)中仅找到一个极大值点，对应最优阶次 $p_0=1.002$ ，该阶次下的FrFT结果如图5(b)所示。聚集中心 $u_0=3$ ，调频斜率 $\mu_0 = -\cot(p_0 \cdot \pi/2)/S^2 = 1.2$ ，起始频率 $f_0 = u_0 \csc(p_0 \cdot \pi/2)/S - \mu_0 \cdot T/2 = 56.8$ Hz，其中 $S = \sqrt{T f_s}$ ， T 为采样时间，则目标分量可表示为 $f = 56.8 + 1.2 t$ ，频率为57~62.9 Hz，提取的分量为电机供电频率，对应值为58~

63 Hz。故障频率无明显阶次，这是因为强分量会对附近的弱信号产生遮蔽效应，弱分量无法被识别，这正是峰值搜索法的不足。

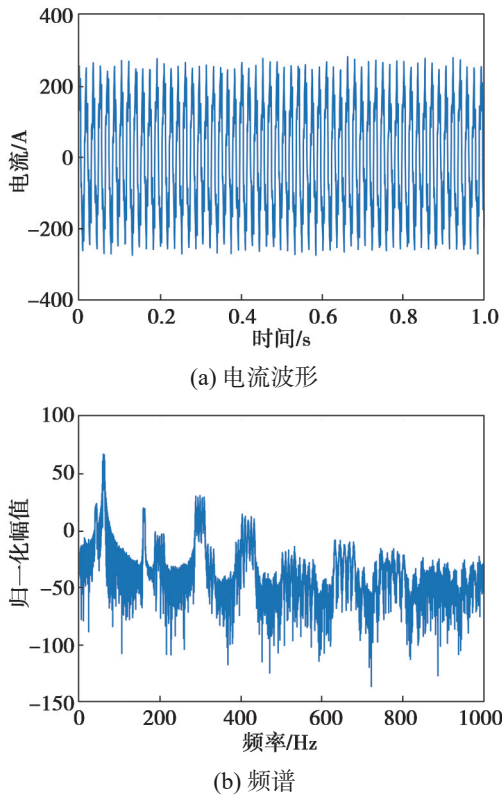


图4 HXD3C机车牵引电机电流信号

Fig. 4 Current signals from HXD3C locomotive traction motor

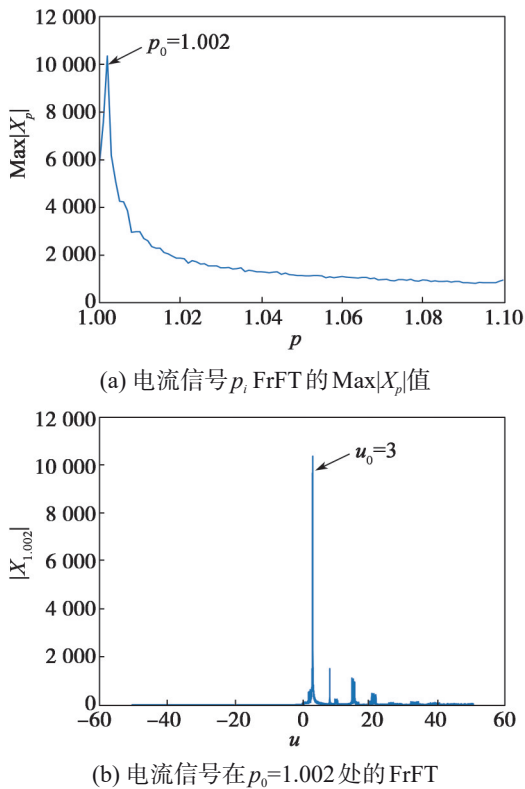


图5 基于谱峰搜索的FrFT最优阶次

Fig. 5 Optimal order of FrFT based on spectral peak search

对牵引电机电流信号进行AFrFT。在相同区间内，以本文提出的混合熵作为目标函数搜寻FrFT的最优阶

次，结果如图6(a)所示。图6(a)中存在两个明显的极大值点，分别对应 $p_{01}=1.002$ 和 $p_{02}=1.008$ ，其中 $p_{01}=1.002$ 对应供电频率， $p_{02}=1.008$ 对应故障分量。取最优阶次 $p_0=1.008$ ，其FrFT结果如图6(b)所示，可见该信号分量在分数域 $u=15$ 处具有较高峰值，呈现显著能量聚集，证实故障分量存在。通过估算LFM参数，此分量可表示为 $f=285.3+4.9t$ ，频率为285~310 Hz，对应电机供电频率与小齿轮转频 f_1 的8倍频调制后的边频带，即表1中 $k=8$ 时小齿轮故障频率在电机电流中的映射，对应值为282~303 Hz。以上分析表明，本文提出混合熵适合作为目标函数搜寻FrFT最优阶次，基于此构建的AFrFT能有效提取非平稳信号中的LFM分量。机车其他速度段电机电流信号的分析结果，均指向该传动轴的小齿轮故障；机车回库检修，拆解齿轮箱后发现小齿轮损伤，验证了诊断结论的准确性。

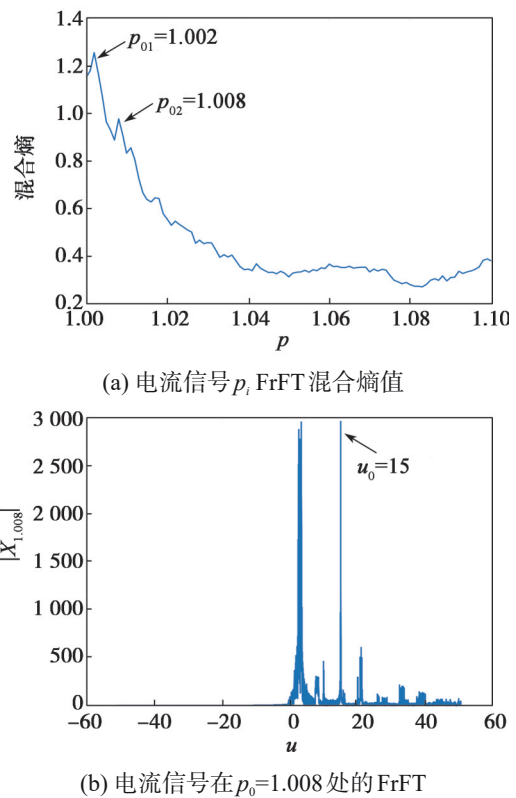


图6 基于混合熵搜索的FrFT最优阶次

Fig. 6 Optimal order of FrFT based on hybrid entropy search

为凸显本文方法的优势，将短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT)、连续小波变换(continuous wavelet transform, CWT)与AFrFT的诊断效果进行对比，结果如图7所示。为便于对比，对STFT和CWT的二维时频面进行频域投影，得到功率谱。图7(a)为电流信号STFT的功率谱(窗函数选用分辨率最高的高斯窗)，可见小齿轮故障特征频率(约300 Hz)处虽有尖锐谱峰，但能量微弱，难以有效识别。图7(b)为电流信号CWT的功率谱(小波选用morlet小波)，由于小波高频分辨率较低，小齿轮故障特征频率模糊，存在明显的能量泄漏。图7(c)为电流信号AFrFT的功率

谱, 可见 300 Hz 附近的小齿轮故障特征频率谱峰尖锐且能量集中。综上所述, AFrFT 可有效分析变速运行下的电机电流信号, 能准确提取故障特征, 大幅扩展了数据适用范围, 具有良好的应用前景。

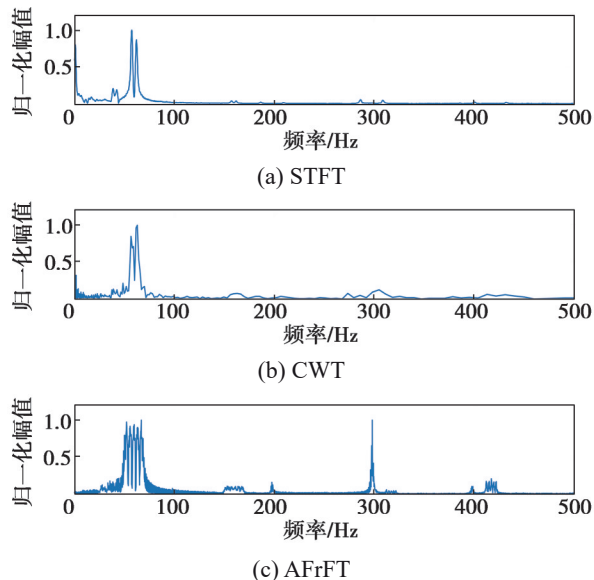


图7 基于STFT、CWT、AFrFT的电流信号功率谱

Fig. 7 Power spectrum of current signals based on STFT, CWT and AFrFT

4 结论

本文研究得出如下结论:

①机车在线路运行中, 受操纵调速、过分相、线路变化等影响, 牵引电机转速不断波动, 电机电流中齿轮故障频率随转速变化, 故障分量可视为一组 LFM 信号。

②AFrFT 是分析 LFM 信号的有力工具, 可有效检测电机电流中由故障引发的时变谐波结构。本文提出的新型混合熵, 分别从能量聚集性和谱峰平坦性两个角度统一描述 FrFT 谱的复杂程度, 作为目标函数可准确确定 FrFT 最佳阶次, 实现 AFrFT 的应用。

③机车线路运行试验表明, 本文提出的诊断方法能有效抑制噪声与其他分量干扰, 从电机电流信号中精准提取转速瞬变过程中的 LFM 分量, 准确诊断机车传动齿轮故障。

参考文献:

- [1] 张青松, 张兵, 秦怡. 基于改进 VMD 和 APSO-SVM 的高速列车轴承故障诊断[J]. 机车电传动, 2022(1): 31-36.
ZHANG Qingsong, ZHANG Bing, QIN Yi. Bearing fault diagnosis for high-speed train based on improved VMD and APSO-SVM[J]. Electric drive for locomotives, 2022(1): 31-36.
- [2] 杨慧莹, 伍川辉, 何刘, 等. 基于 WATV 去噪的冲击特征提取方法在高速列车轴承故障诊断中的应用[J]. 机车电传动, 2020(1): 108-111.
- [3] 杨江天, 赵明元, 张志强, 等. 基于定子电流小波包分析的牵引电机轴承故障诊断[J]. 铁道学报, 2013, 35(2): 32-36.
YANG Jiangtian, ZHAO Mingyuan, ZHANG Zhiqiang, et al. Traction motor bearing fault detection via wavelet packet analysis of stator currents[J]. Journal of the China railway society, 2013, 35(2): 32-36.
- [4] 白国振, 王录, 李炳初, 等. 基于三相交流异步电机定子电流信号分析的机电传动系统齿轮箱裂纹故障非侵入式诊断[J]. 机械强度, 2022, 44(5): 1186-1193.
BAI Guozhen, WANG Lu, LI Bingchu, et al. Non-invasive fault diagnosis of gearbox crack in electromechanical drive system based on stator current signal analysis of three-phase AC asynchronous motor[J]. Journal of mechanical strength, 2022, 44(5): 1186-1193.
- [5] 张璋, 杨江天, 薛灿灿, 等. 基于电机定子电流分析的机车齿轮箱故障诊断[J]. 铁道学报, 2020, 42(5): 51-57.
ZHANG Zhang, YANG Jiangtian, XUE Cancan, et al. Locomotive gearbox fault detection based on drive motor stator current analysis[J]. Journal of the China railway society, 2020, 42(5): 51-57.
- [6] 邹今春, 沈玉娣. 变工况齿轮箱故障诊断方法综述[J]. 机械传动, 2012, 36(8): 124-127.
ZOU Jinchun, SHEN Yudi. Review of gearbox fault diagnosis techniques under variable conditions[J]. Journal of mechanical transmission, 2012, 36(8): 124-127.
- [7] 陶然, 齐林, 王越. 分数阶 Fourier 变换的原理与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
TAO Ran, QI Lin, WANG Yue. Theory and applications of the fractional Fourier transform[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [8] 梅检民, 肖云魁. 齿轮箱早期故障精细诊断技术: 分数阶傅里叶变换原理及应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2016.
MEI Jianmin, XIAO Yunkui. Fine diagnosis technology for early gearbox faults: principles and applications of fractional Fourier transform[M]. Beijing: Higher Education Press, 2016.
- [9] 史军, 沙学军, 张钦宇. 分数阶信号处理理论与方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2017.
SHI Jun, SHA Xuejun, ZHANG Qinyu. Fractional order signal processing theory and methods[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2017.
- [10] KRAUSE T C, HUCHEL L, GREEN D H, et al. Nonintrusive motor current signature analysis[J]. IEEE transactions on instrumentation and measurement, 2023, 72: 1-13.
- [11] LI Yongbo, WANG Xianzhi, LIU Zhenbao, et al. The entropy algorithm and its variants in the fault diagnosis of rotat-

ing machinery: a review[J]. IEEE access, 2018, 6: 66723-66741.

[12] CHEN Weihua, CHEN Hongqiang, YAN Xiaoheng, et al. Hybrid entropy in the time-frequency domain for grading electrode sediment identification[J]. IEEE access, 2022, 10: 54751-54763.

[13] 冯辅周, 司爱威, 江鹏程. 小波相关排列熵和HMM在故障预测中的应用[J]. 振动工程学报, 2013, 26(2): 269-276.

FENG Fuzhou, SI Aiwei, JIANG Pengcheng. Application of wavelet correlation permutation entropy and HMM to fault prognostic[J]. Journal of vibration engineering, 2013, 26(2): 269-276.

[14] 别锋锋, 李荣荣, 彭剑, 等. Hilbert包络功率谱熵的曲轴轴系故障诊断[J]. 噪声与振动控制, 2022, 42(3): 86-91.

BIE Fengfeng, LI Rongrong, PENG Jian, et al. Fault diagnosis of crankshaft systems based on Hilbert envelope power spectrum entropy[J]. Noise and vibration control, 2022, 42 (3): 86-91.

Fault diagnosis of locomotive gearboxes based on adaptive fractional Fourier transform

ZHU Yanhui

(Wuhan Special Commissioner's Office for Safety Supervision, China State Railway Group Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430000, China)

Abstract: To address difficulties in extracting transmission system fault information from operational locomotives on railways, this paper proposes a diagnostic method tailored to variable-speed conditions by analyzing current signals from traction motors for locomotive gearbox faults diagnosis. As traction motor speed changes linearly, the fault characteristic frequencies of the transmission system also vary linearly but at multiple rates, differing from the motor power supply frequency and gear rotational frequency. Although the fractional Fourier transform (FrFT) is well suited at analyzing linear frequency modulation signals, selecting its optimal order complicates its application. To overcome this, this paper proposes to construct a new hybrid entropy to uniformly characterize the spectral peak sharpness in FrFT and the degree of energy concentration in the frequency domain, and to use it as the fitness function to determine the optimal order through exhaustive search. Experiment results from industrial implementation show that the proposed method can effectively diagnose transmission gear faults in tractor motors.

Keywords: locomotive; gear fault; fault diagnosis; motor current analysis; fractional Fourier transform; hybrid entropy