



准零刚度局域共振声学超材料板 隔声特性分析

汤晏宁¹, 董效辰¹, 汪宏楠¹, 边超^{2,3}, 肖新标², 袁可琢²

(1. 中车长春轨道客车股份有限公司, 吉林 长春 130062;

2. 西南交通大学 轨道交通运载系统全国重点实验室, 四川 成都 610031;

3. 中国铁路乌鲁木齐局集团有限公司 乌鲁木齐车辆段, 新疆 乌鲁木齐 830022)

摘要: 文章提出一种斜安装弹簧的准零刚度声学超材料板, 旨在实现宽频带低频隔声。首先, 推导其归一化等效刚度, 并分析静力学特性; 其次, 建立隔声模型, 通过数值计算和有限元分析评估其隔声效果; 再次, 在不同等效刚度条件下, 计算该声学超材料板的隔声性能, 深入探讨设计参数对隔声性能的影响; 最后, 对弹簧斜安装准零刚度局域共振声学超材料板的隔声关键参数进行系统分析。研究结果表明, 弹簧斜安装元胞在平衡位置展现出更高的稳定性和更宽的准零刚度区, 其模型具有优异的稳定性与适应性。该研究为声学超材料的设计提供了创新思路, 对相关领域的研究和应用具有重要参考价值。

关键词: 准零刚度; 声学超材料; 局域共振; 低频隔声; 数值计算; 有限元分析

中图分类号: U270.1⁺6; TB533⁺.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-128X(2026)04-0156-08

0 引言

声学超构材料是由人工设计的微结构单元构成的复合材料, 可产生低频弹性波带隙、负等效质量密度、负弹性模量和负折射等超常效应^[1-2]。文献[3]提出的采用局域共振声学超材料是抑制低频噪声的主要方法之一, 已实现良好的低频隔声效果^[4-6]。这类材料通过引入局域共振单元, 在保证结构强度的同时产生局域共振带隙, 使其在声波操控和振动抑制方面展示出广阔的应用前景^[7-8]。文献[9]提出一种新型金字塔桁架超材料梁, 内部嵌入质量-弹簧共振器, 具有优异的低频振动隔离性能; 文献[10]采用传递矩阵法研究沙漏晶格桁架核心超材料夹层梁的弯曲波能带结构, 实现了低频振动抑制; 文献[11]提出了含双自由度谐振器的波束模型, 成功产生2个局部谐振带隙。在此基础上, 针对低频弹性波的控制, 相关学者提出非线性准零刚度隔振

器。文献[12]基于动物仿生肢体结构的启发, 提出含3对斜弹簧的新型准零刚度隔振器, 该结构可在更宽激励频率范围内具有较低的振动传递率; 文献[13]提出新型准零刚度局域共振型声学超材料板, 可实现低频宽频带有效隔声。采用准零刚度结构是在有限空间内实现低刚度隔振的有效方式, 该结构具有高静低动的刚度特性, 可在保证高承载能力的同时降低系统基频^[14], 适用于振动抑制。然而, 实际应用中的隔振器易出现零刚度稳定性不足的问题, 准零刚度隔振装置的结构与参数优化、有效隔振频带拓宽及共振峰值降低等问题仍需进一步研究^[15]。

基于准零刚度隔振原理, 本文设计一种新型低频宽带隔声谐振单元, 构建准零刚度局域共振声学超材料板, 推导元胞的等效刚度, 探讨影响准零刚度区宽度的各类因素。采用数值计算与有限元分析方法评估其隔声效果, 深入阐明设计参数对隔声性能的影响, 并对弹簧斜安装准零刚度局域共振声学超材料板的隔

基金项目: 国家重点研发计划项目 (2021YFB3801803)

通信作者: 肖新标, 男, 博士, 副研究员, 博士生导师, 主要从事铁路振动噪声方面的研究; E-mail: xinbiaoxiao@163.com

引用格式: 汤晏宁, 董效辰, 汪宏楠, 等. 准零刚度局域共振声学超材料板隔声特性分析[J]. 机车电传动, 2026(4): 156-163.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2026.01.203.

Citation: TANG Yanning, DONG Xiaochen, WANG Hongnan, et al. Sound insulation analysis of a quasi-zero-stiffness locally resonant acoustic meta-material plate[J]. Electric drive for locomotives, 2026(4): 156-163.DOI:10.13890/j.issn.1000-128X.2026.01.203.

声关键参数进行系统分析。

1 准零刚度局域共振模型分析

1.1 准零刚度局域共振模型

弹簧斜安装的声学超材料板元胞模型如图1所示。其中, 正方体质量单元尺寸为2.5 mm, 材料为铅; 竖直弹簧刚度系数 $k_1=10\ 000\text{ N/m}$, 斜弹簧刚度系数 $k_2=8\ 000\text{ N/m}$; 弹簧连接的框架为超材料单元外部构架, 尺寸 $h_1=8\text{ mm}$, $L_1=2\text{ mm}$, $d_1=1\text{ mm}$, 材料为环氧树脂; 底板基体为金属铝板, 厚度 $h_2=4\text{ mm}$, 单元尺寸 $b=25\text{ mm}$ 。设弹簧原长为 L_0 , 初始预压缩量为 δ , 安装长度 $L_1=L_0-\delta$; 安装后斜弹簧水平长度为 a , 初始安装角度为 θ_0 , 安装位置到平衡位置的高度为 h_0 , 且质量块的重力与竖直弹簧弹力相等, 取向向下为正方向。各材料参数如表1所示。

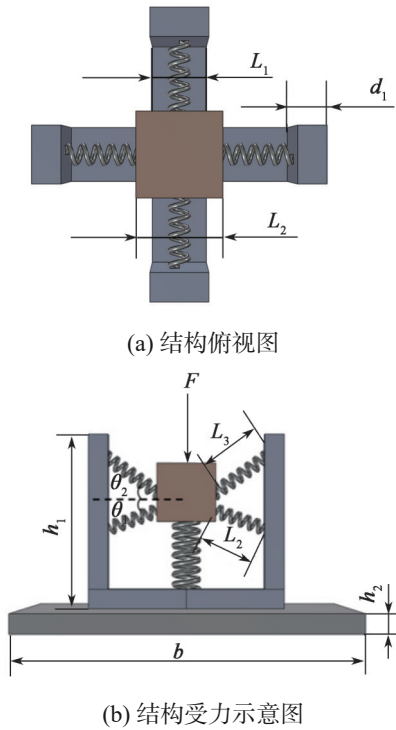


图1 弹簧斜安装声学超材料板示意

Fig. 1 Schematic diagram of the acoustic metamaterial plate with obliquely installed springs

表1 结构的材料参数

Table 1 Material parameters for the structure

材料	密度/(kg·m ⁻³)	弹性模量/(10 ¹⁰ Pa)	泊松比
铝	2 700	7.000	0.330
钢	7 780	21.060	0.300
环氧树脂	1 150	0.435	0.380
铅	11 600	40.800	0.369

当存在向下外力 F 时, 质量单元沿 z 方向移动距离 x , 此时下方弹簧长度为 L_2 , 上方弹簧长度为 L_3 , 下方斜弹簧与水平方向夹角为 θ_1 , 上方斜弹簧与水平方向

夹角为 θ_2 。在小位移条件下, 假设水平弹簧始终处于压缩状态, 此时单个元胞的受力平衡方程为^[12]

$$F=-4k_2(L_1+\delta-L_2)\sin\theta_1+4k_2(L_1+\delta-L_3)\sin\theta_2+k_1x\quad(1)$$

式中: $\sin\theta_1=(h_0-x)/L_2$; $\sin\theta_2=(h_0+x)/L_3$; $L_1=\sqrt{a^2+h_0^2}$; $L_2=\sqrt{a^2+(h_0-x)^2}$; $L_3=\sqrt{a^2+(h_0+x)^2}$ 。

在进行分析时引入量纲为1的参数: $\tilde{x}=x/L_1$, $\tilde{\delta}=\delta/L_1$, $\gamma=a/L_1=\cos\theta_0$, $\tilde{k}=k_2/k_1$, $\tilde{F}=F/k_1L_1$ 。对式(1)求导, 即可得到弹簧斜安装元胞归一化等效刚度, 即

$$\tilde{k}_{\text{eff}}=1+8\tilde{k}+\frac{4\tilde{k}(1+\tilde{\delta})(\sqrt{1-\gamma^2}-\tilde{x})^2}{(1+\tilde{x}^2-2\tilde{x}\sqrt{1-\gamma^2})^{3/2}}-\frac{4\tilde{k}(1+\tilde{\delta})}{(1+\tilde{x}^2-2\tilde{x}\sqrt{1-\gamma^2})^{1/2}}+\frac{4\tilde{k}(1+\tilde{\delta})(\sqrt{1-\gamma^2}+\tilde{x})^2}{(1+\tilde{x}^2+2\tilde{x}\sqrt{1-\gamma^2})^{3/2}}-\frac{4\tilde{k}(1+\tilde{\delta})}{(1+\tilde{x}^2+2\tilde{x}\sqrt{1-\gamma^2})^{1/2}}\quad(2)$$

1.2 静力学分析

为准确获取准零刚度特性, 考虑元胞处于平衡位置($x=0$)时呈现准零刚度, 即归一化等效刚度为0, 表达式如下:

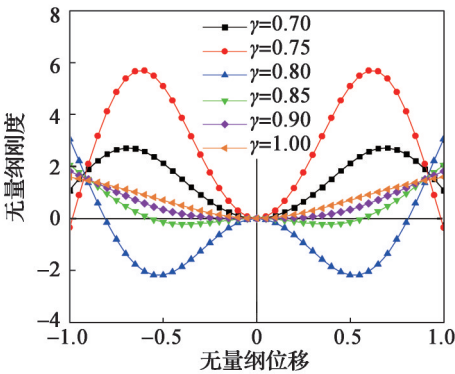
$$\tilde{k}_{\text{eff}}=1-8\tilde{k}\tilde{\delta}+8\tilde{k}(1-\gamma^2)(1+\tilde{\delta})=0\quad(3)$$

$$\tilde{k}=\frac{1}{8[(1+\tilde{\delta})\gamma^2-1]}\quad(4)$$

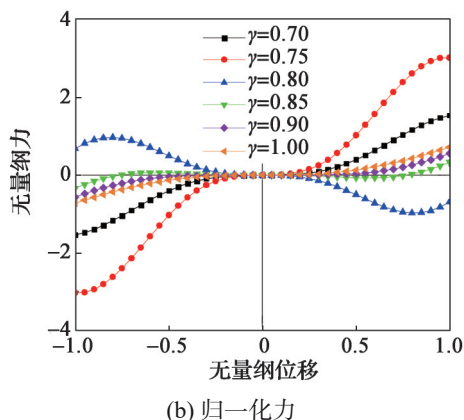
将式(4)代入式(2), 可得到平衡位置处元胞归一化等效刚度为0的解。当弹簧归一化预压缩量 $\tilde{\delta}$ 恒为0.68时, 得到归一化刚度和归一化力随 γ 变化的规律曲线, 如图2所示。

由图2可知, 归一化刚度变化速率随 γ 增加而增大, 当 $\gamma=0.75$ 时, 该值达到最大值; 当 $\gamma=0.80$ 时, 出现变化速率较大的负刚度区; 继续增大 γ , 元胞在平衡位置处的负刚度区逐渐减小, 当 $\gamma=0.90$ 时, 形成较稳定的准零刚度区, γ 进一步增大后, 准零刚度区随之减小。保持 $\gamma=0.90$, 改变 $\tilde{\delta}$, 其归一化刚度和归一化力的变化如图3所示。

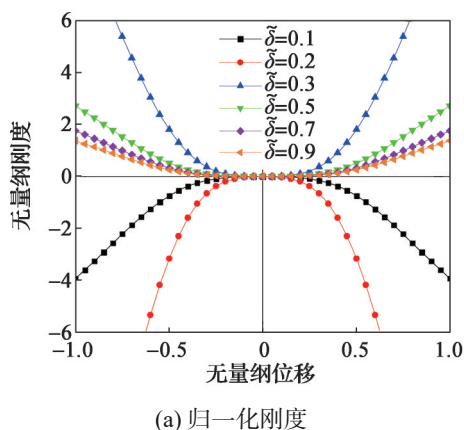
由图3可知, 保持 γ 不变, 元胞准零刚度区随 $\tilde{\delta}$ 增



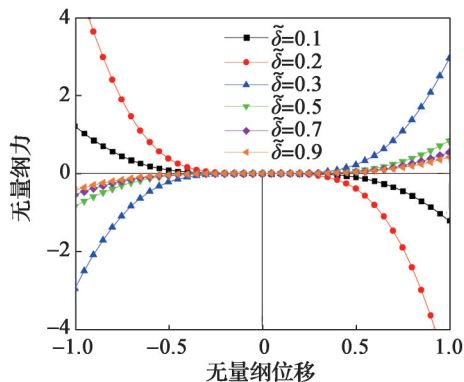
(a) 归一化刚度

图2 归一化刚度和归一化力随 γ 变化的规律曲线Fig. 2 Variation curves of normalized stiffness and normalized force with γ

加而减小,且平衡位置附近归一化刚度为负;当 $\tilde{\delta}=0.3$ 时,平衡位置附近为正刚度区,此时随 $\tilde{\delta}$ 不断增加,元胞准零刚度区范围持续扩大,准零特性允许的偏移量范围随之拓宽,这对提升整体装置性能具有积极意义。综上所述,元胞在较大位移偏移量下仍能保持较好的准零刚度特性,展现出极高的稳定性与适应性。



(a) 归一化刚度



(b) 归一化力

图3 归一化刚度和归一化力随 $\tilde{\delta}$ 变化的规律曲线Fig. 3 Variation curves of normalized stiffness and normalized force with $\tilde{\delta}$

为探究弹簧斜安装元胞在平衡位置附近的准零刚度区范围,对模型归一化刚度曲线进行多项式拟合,并通过反解拟合函数求取准零刚度宽度。图4为拟合函

数与原曲线的对比结果($\tilde{\delta}=0.68$, $\gamma=0.50$)。

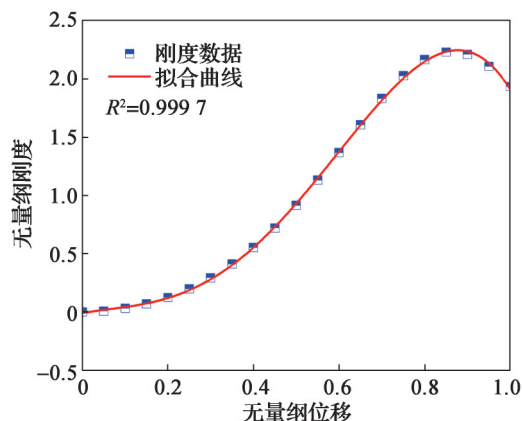


图4 归一化刚度曲线和拟合函数曲线对比

Fig. 4 Comparison of the normalized stiffness curve and the fitting function curve

由图4可知,多项式拟合曲线与刚度曲线基本吻合。为分析 γ 和 $\tilde{\delta}$ 变化对准零刚度区宽度的影响,引入变量 λ (定义为平衡位置附近准零刚度区宽度),并设定归一化刚度绝对值小于0.1的区域为准零刚度区。分别预设 $\tilde{\delta}=0.68$ 和 $\gamma=0.9$,对拟合曲线进行反向求解,结果如图5所示。

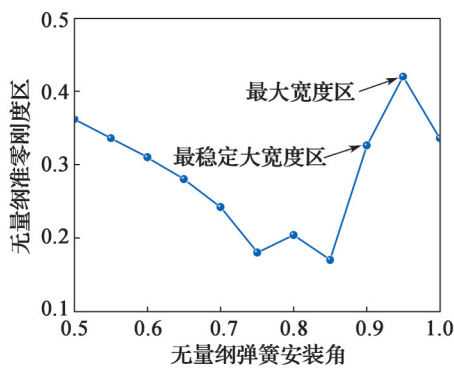
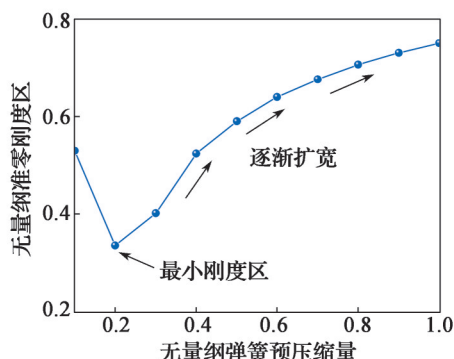
(a) 不同 γ 值(b) 不同 $\tilde{\delta}$ 值

图5 弹簧安装角度和预压缩量对准零刚度区宽度的影响

Fig. 5 Effect of spring installation angle and pre-compression on quasi-zero-stiffness region width

由图5(a)可知,当 $\gamma=0.95$ 时,元胞在平衡位置处的准零刚度区最大;当 $\gamma=0.9$ 时,元胞平衡位置处形成较大且稳定的准零刚度区(无负刚度);由图5(b)可知,

当 $\tilde{\delta}=0.2$ 时, 准零刚度区最小, 且平衡位置附近处于负刚度区。

2 声学超材料板隔声特性分析

2.1 隔声模型

基于等效介质理论将元胞的质量等效为与基板等厚度的均质材料, 均质板材的等效密度为

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{m_{\text{eff}}}{Sh} = \rho + \frac{\rho_t}{1 - \omega^2/\omega_0^2} \quad (5)$$

式中: m_{eff} 为动态等效质量; ρ 为基板密度; S 为基板面积; h 为基板高度; ρ_t 为质量块的等效密度, $\rho_t = m/(Sh)$; ω 为入射波角频率; ω_0 为局域振子角频率, $\omega_0 = \sqrt{k_{\text{eff}}/m}$ 。

假设腔内声场和辐射声场均为平面简谐波形成的声场, 则相邻板声场中的声压和超材料板横向位移可表示为:

$$\left. \begin{aligned} p_t &= Ie^{-j(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} \\ p_r &= \beta e^{-j(k_x x + k_y y - k_z z - \omega t)} \\ p_\tau &= \chi e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} \\ w &= W e^{-j(k_x x + k_y y - \omega t)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: j 为虚数单位; I 、 β 分别为腔内声场入射声压幅值和反射声压幅值; χ 为透射声压幅值; W 为超材料板横向位移幅值; p_t 为入射声波的声压; p_r 为反射声波横向位移; p_τ 为辐射声场的辐射声横向位移; w 为超材料板横向位移; k_x 、 k_y 、 k_z 分别为 x 、 y 、 z 方向的波矢, 具体见式(7)。

$$\left. \begin{aligned} k_x &= k_0 \sin \theta \cos \varphi \\ k_y &= k_0 \sin \theta \sin \varphi \\ k_z &= k_0 \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: k_0 为空气中声波的波数, $k_0 = \omega/c_0$, 其中 c_0 为声波在空气中传播的速度; θ 为入射角; φ 为方位角。

基于Kirchhoff经典薄板假设, 等效超材料板的透射声压幅值为

$$\chi = \frac{2jI\rho_0 c_0 \omega / \cos \theta}{D(k_0 \sin \theta)^4 - \rho_{\text{eff}} h \omega^2 + 2j\rho_0 c_0 \omega / \cos \theta} \quad (8)$$

式中: D 为等效超材料板的弯曲刚度, $D = Eh^3/(12(1-\nu^2))$, 其中 E 为基板弹性模量; ν 为基板泊松比。

斜入射条件下, 结构的反射系数 R 和透射系数 τ 分别如下:

$$\left. \begin{aligned} R &= |\beta|^2 / |I|^2 \\ \tau &= |\chi|^2 / |I|^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

基于上述分析可知, 声学超材料的传递损失 (transfer loss) L_T 为

$$L_T = -10 \lg \tau \quad (10)$$

2.2 模型验证分析

研究团队对比了数值计算模型与有限元模型的隔声计算结果, 并建立了如图6所示的声学超材料板有限元模型。其中, $S1$ 为入射积分面, $S2$ 为反射积分面, B 为入射声场, C 为声学超材料板, D 为透射声场, A 、 E 两区域为完美匹配层, 声场介质为空气, 并且将仿真模型四周设定为Floquet周期性边界条件。模型采用多物理场端口连接, 其中固体域对应固体力学物理场, 声场对应压力声学物理场。局域共振单元采用集总机械系统建模: ①节点1和节点2之间为弹簧单元, 节点2与节点3之间为质量单元; ②节点3另一端为自由节点, 节点1与基体板几何中心连接, 通过多物理场的集总-结构进行连接。固体域采用自由四面体网格, 声场域采用扫掠网格, 分布单元数为8。为保证计算精度, 对固体域网格进行加密处理。

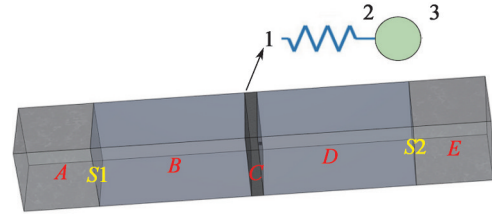


图6 声学超材料板有限元模型

Fig. 6 Finite element model of the acoustic metamaterial plate

声激励入射角 $\theta=60^\circ$, 方位角 $\varphi=0^\circ$, 声压幅值 $p_t=1$ Pa, 空气密度 $\rho_0=1.21 \text{ kg/m}^3$, 声速 $c_0=343 \text{ m/s}$, 结构参数如表2所示。

表2 声学超材料板结构参数

Table 2 Structural parameters for the acoustic metamaterial plate

模型	$k_t/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$\tilde{k}$	$\tilde{\delta}$	γ	m/kg	$k_{\text{eff}}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
正刚度	10 000	0.2	0.6	0.9	0.1	5 264.0
负刚度	10 000	0.6	0.6	0.9	0.1	-4 208.0
零刚度	0					

图7给出3种等效刚度下声学超材料板的隔声性能曲线。

由图7可知: ①等效介质法 (equivalent medium method, EMM) 结果与有限元法 (finite element method, FEM) 数值仿真结果高度吻合, 验证了数值计算模型的正确性。②当声学超材料板为正刚度时, 存在带宽较窄的隔声峰值和隔声低谷; 当声学超材料板为负刚度时, 可有效避免局域共振和低频“吻合效应”, 进而在200 Hz以下频段实现更宽广的低频隔声效果; 与零刚度无振子板相比, 负刚度超材料板在低频隔声方面具有更显著的优势。相较于传统弹簧质量系统, 弹簧斜安装局域共振元胞不仅可实现超材料的等效负

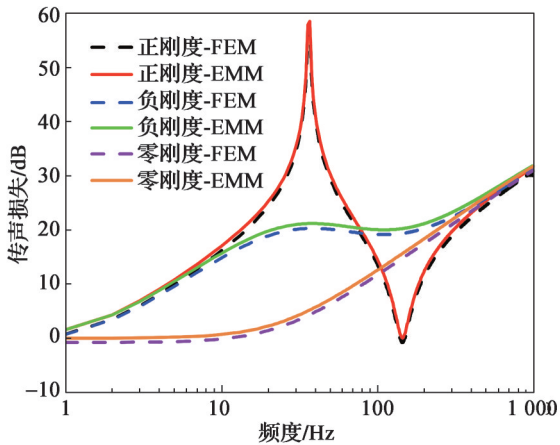


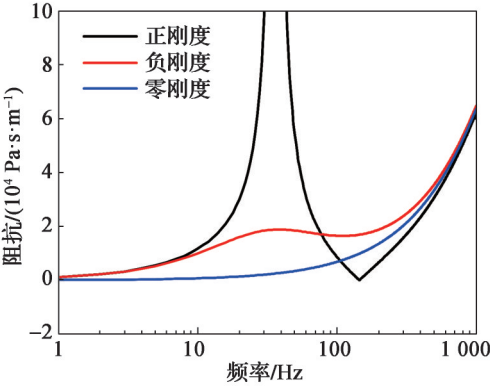
图 7 3 种等效刚度下声学超材料板的传输损失对比
Fig. 7 Comparison of transmission loss of the acoustic metamaterial plate at three equivalent stiffness values

刚度效应，还具有相对稳定的负刚度区域。

为探究声学超材料板的隔声原理，研究团队计算了 3 种等效刚度下其等效面密度、反射系数和等效阻抗率。通过式(5)和式(9)求解不同等效刚度下的等效面密度和反射系数，而等效阻抗率为

$$Z_{\text{eff}} = \frac{p}{v} = \left| -j \frac{D(k_0 \sin \theta)^4 - \rho_{\text{eff}} h \omega^2}{\omega} \right| \quad (11)$$

3 种等效刚度下的等效面密度、反射系数和等效阻抗率对比如图 8 所示。由图 8(a)可知，在局域共振频率(37 Hz)处，相较于零刚度板，正刚度超材料板的等



(c) 等效阻抗率
图 8 3 种等效刚度下的等效面密度、反射系数和等效阻抗率对比
Fig. 8 Comparison of equivalent surface density, reflection coefficient and equivalent impedance ratio at three equivalent stiffness values

效动态质量面密度趋于无穷，远大于零刚度板，从而实现低频段的超常隔声效果；由图 8(b)可知，该频率处声学超材料板的反射系数趋近于 1，声波几乎全反射；由图 8(c)可知，负刚度声学超材料板的声阻抗率大于零刚度超材料板，且相比正刚度超材料板，其在 100~300 Hz 频段无近似为 0 的隔声低谷。

3 正负刚度影响计算分析

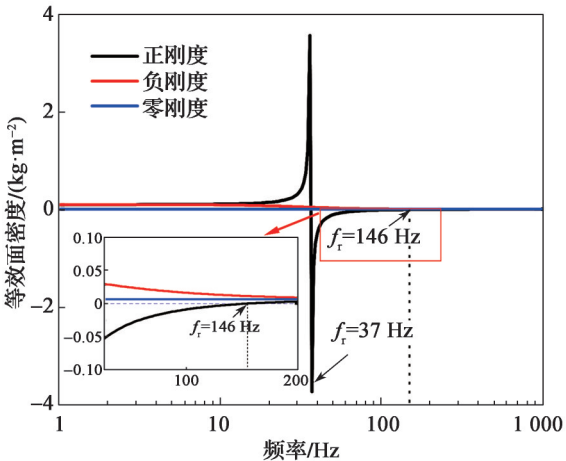
3.1 正刚度影响

基于数值计算，研究团队进一步讨论了正刚度声学超材料板的隔声特性。保持 $\tilde{k}$ 、 $\tilde{\delta}$ 、 γ 中两项参数不变，将刚度调节至正等效刚度，具体参数如表 3 所示，其中工况 8 为采用传统弹簧振子板。正刚度声学超材料隔声特性曲线如图 9 所示，其余参数与前文保持一致。

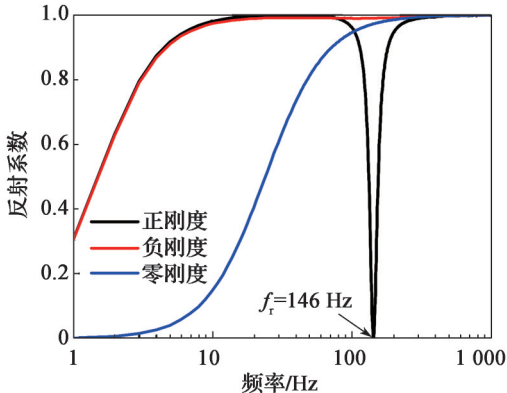
表 3 正刚度声学超材料板结构参数
Table 3 Structural parameters for the positive-stiffness acoustic metamaterial plate

工况	$k_t/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$\tilde{k}$	$\tilde{\delta}$	γ	$k_{\text{eff}}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
1	10 000	0.4	0.30	0.90	8 304.0
2	10 000	0.4	0.50	0.90	3 120.0
3	10 000	0.1	0.61	0.90	7 567.2
4	10 000	0.3	0.61	0.90	2 701.6
5	10 000	0.4	0.61	0.82	7 358.0
6	10 000	0.4	0.61	0.86	3 895.8
7	10 000	0.4	0.61	0.90	268.8
8	10 000	—	—	—	—

由图 9(a)可知，固定 $\tilde{k}$ 和 γ ，增大 $\tilde{\delta}$ 可使局域共振频率向低频移动；同理，在正刚度区范围内，增大 $\tilde{k}$ 和 γ ，均能使局域共振频率向低频移动。结合表 3 可知，声学超材料板等效刚度越大，其局域共振频率越大，高等效刚度板的隔声峰值比低等效刚度板高约 35 dB。总体而言，元胞对 $\tilde{\delta}$ 和 $\tilde{k}$ 调节的敏感度低于对 γ 的调节。



(a) 等效面密度



(b) 反射系数

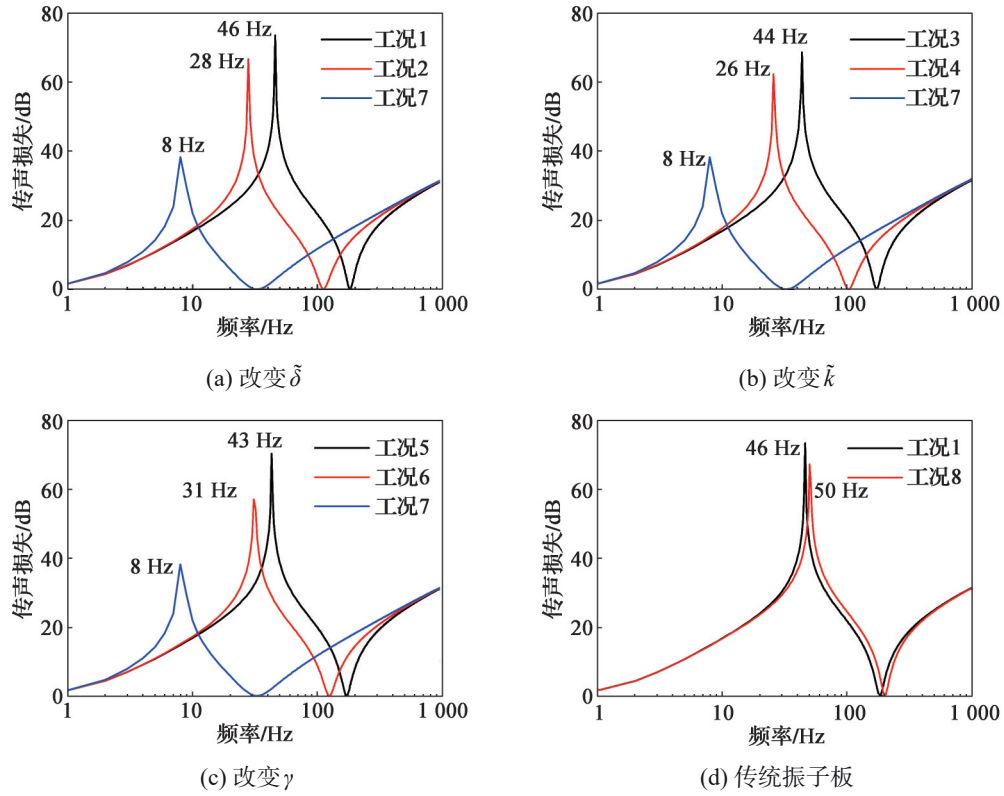


图9 正刚度声学超材料隔声特性曲线

Fig. 9 Sound insulation characteristic curves of the positive-stiffness acoustic metamaterial

3.2 负刚度影响

保持 $\tilde{k}$ 、 $\tilde{\delta}$ 、 γ 中两个参数不变, 将刚度调节至负等

效刚度, 具体参数如表4所示, 工况8同样为采用无振子板, 隔声曲线如图10所示。

由图10可知, 在负刚度区域范围内, 增加 $\tilde{\delta}$ 、 $\tilde{k}$ 和

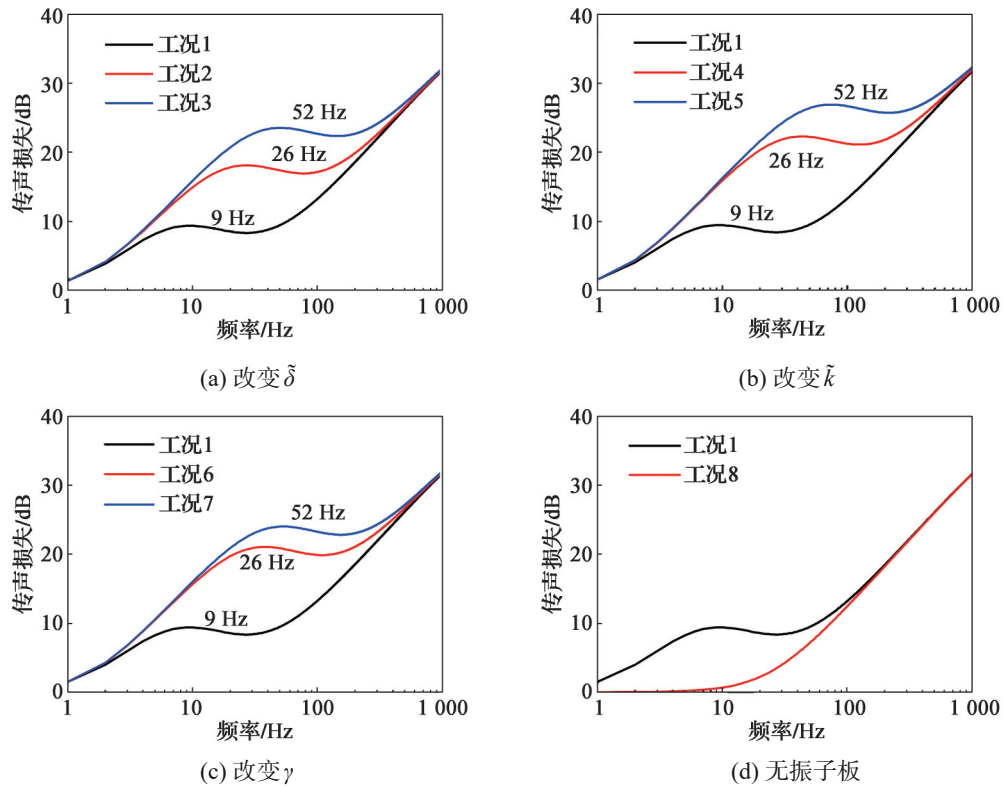


图10 负刚度声学超材料隔声特性曲线

Fig. 10 Sound insulation characteristic curves of the negative-stiffness acoustic metamaterial

表 4 负刚度声学超材料板结构参数

Table 4 Structural parameters for the negative-stiffness acoustic metamaterial plate

工况	$k_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$\tilde{k}$	$\tilde{\delta}$	γ	$k_{\text{eff}}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$
1	10 000	0.4	0.63	0.90	-249.6
2	10 000	0.4	0.70	0.90	-2 064.0
3	10 000	0.4	0.90	0.90	-7 248.0
4	10 000	0.6	0.63	0.90	-5 374.4
5	10 000	1.0	0.63	0.90	-15 624.0
6	10 000	0.4	0.63	0.94	-4 088.6
7	10 000	0.4	0.63	0.98	-8 094.5
8	0	-	-	-	-

γ 均可提高负刚度声学超材料板的整体隔声量，且不会出现明显的隔声峰值和低谷。结合表4可知，声学超材料板等效刚度越接近0，其整体隔声量趋势越接近无振子板。在10~300 Hz频段，负刚度声学超材料板的刚度越小，其整体隔声量越大，平均隔声量达到8 dB左右。总体而言，元胞对 $\tilde{\delta}$ 和 $\tilde{k}$ 调节的敏感度低于对 γ 的调节。

4 结论

本文提出一种弹簧斜安装准零刚度隔振元胞结构，分析了弹簧安装方式对元胞静力学特性的影响，建立了声学超材料板隔声特性的计算分析模型，主要结论如下：

①弹簧斜安装元胞在平衡位置处具有稳定且宽广的准零刚度区，其稳定性和适应性优异。当声学超材料板的等效刚度为负时，不会产生明显的局域共振和低频“吻合效应”，可在200 Hz内的低频范围实现宽频带隔声的优异隔声性能。

②正刚度超材料板的等效动态质量面密度在局域共振频率处趋于无穷，且由正变负，反射系数趋近于1，进而实现低频段的超常隔声效果；负刚度声学超材料板的声阻抗大于零刚度超材料板，且相比正刚度超材料板，其在100~300 Hz频段无近似为0的隔声低谷。

③正刚度超材料板的共振频率由正等效刚度决定，等效刚度越大，局域共振频率越高，高等效刚度板隔声峰值比低等效刚度高约35 dB；负刚度超材料板平均隔声量由负等效刚度决定，在10~300 Hz频段，刚度越小，整体隔声量越大，隔声量达到8 dB左右。

参考文献：

[1] 肖勇, 王洋, 赵宏刚, 等. 面向减振降噪应用的声学超构材料研究进展[J]. 机械工程学报, 2023, 59(19): 277-298.
Xiao Yong, Wang Yang, Zhao Honggang, et al. Research progress of acoustic metamaterials for vibration and noise reduction applications[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(19): 277-298.

[2] Liu Zhengyou, Chan Cheting, Sheng Ping. Analytic model

of phononic crystals with local resonances[J]. Physical review B, 2005, 71(1): 014103. DOI: 10.1103/PhysRevB.71.014103.

[3] Liu Zhengyou, Zhang Xixiang, Mao Yiwei, et al. Locally resonant sonic materials[J]. Science, 2000, 289(5485): 1734-1736. DOI: 10.1126/science.289.5485.1734.

[4] Yu Dianlong, Liu Yaozong, Wang Gang, et al. Low frequency torsional vibration gaps in the shaft with locally resonant structures[J]. Physics letters A, 2006, 348(3/4/5/6): 410-415. DOI: 10.1016/j.physleta.2005.08.067.

[5] 吕海峰, 王普浩, 叶俊杰, 等. 局域共振型声学超材料及其噪声控制[J]. 航空动力学报, 2020, 35(7): 1369-1375.
Lyu Haifeng, Wang Puhao, Ye Junjie, et al. Noise control of a local-resonant acoustic metamaterials[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(7): 1369-1375.

[6] Cai Changqi, Zhou Jiaxi, Wang Kai, et al. Flexural wave attenuation by metamaterial beam with compliant quasi-zero-stiffness resonators[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 174(14): 109119. DOI: 10.1016/j.ymssp.2022.109119.

[7] 赵振成, 张涵柯, 郑玲. 一种局域共振型声学超材料的半解析建模与带隙机制研究[J]. 振动与冲击, 2024, 43(3): 27-36.
Zhao Zhencheng, Zhang Hanke, Zheng Ling. Semi-analytical modeling and bandgap mechanism of a local resonance type acoustic metamaterial[J]. Journal of Vibration and Shock, 2024, 43(3): 27-36.

[8] Jin Yang, Jia Xinyu, Wu Qianqian, et al. Design of cylindrical honeycomb sandwich meta-structures for vibration suppression[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 163(4): 108075. DOI: 10.1016/j.ymssp.2021.108075.

[9] Zhang Yao, Fan Xinlei, Li Jinqiang, et al. Low-frequency vibration insulation performance of the pyramidal lattice sandwich metamaterial beam[J]. Composite Structures, 2021, 278: 114719. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.114719.

[10] Guo Zhenkun, Hu Guobiao, Sorokin V, et al. Low-frequency flexural wave attenuation in metamaterial sandwich beam with hourglass lattice truss core[J]. Wave Motion, 2021, 104: 102750. DOI: 10.1016/J. WAVEMOTI. 2021. 102750.

[11] Yu Dianlong, Liu Yaozong, Zhao Honggang, et al. Flexural vibration band gaps in Euler-Bernoulli beams with locally resonant structures with two degrees of freedom[J]. Physical Review B, 2006, 73(6): 064301. DOI: 10.1103/PhysRevB.73.064301.

[12] Zhao Feng, Ji Jinchun, Ye Kan, et al. An innovative quasi-zero stiffness isolator with three pairs of oblique springs[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 192: 106093. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2020.106093.

[13] 胥强荣, 沈承, 韩峰, 等. 一种准零刚度声学超材料板的低频宽频带隔声行为[J]. 物理学报, 2021, 70(24): 244302.

Xu Qiangrong, Shen Cheng, Han Feng, et al. Broadband low-frequency sound insulation performance of quasi-zero stiffness local resonant acoustic metamaterial plate[J]. *Acta Physica Sinica*, 2021, 70(24): 244302.

[14] 李青, 何柯达, 杨鸿杰, 等. 基于准零刚度支撑结构的低频主动隔振平台研究[J]. *振动与冲击*, 2024, 43(16): 84-91.

Li Qing, He Keda, Yang Hongjie, et al. A study on a low-frequency active vibration isolation platform based on quasi-zero stiffness supporting structures[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2024, 43(16): 84-91.

[15] 刘涛, 李爱群. 准零刚度隔振系统的分析及研究进展[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2023, 53(6): 997-1012.

Liu Tao, Li Aiqun. An overview of research progress on quasi-zero stiffness vibration isolation systems[J]. *Journal of Southeast University(natural science edition)*, 2023, 53(6): 997-1012.

Sound insulation analysis of a quasi-zero-stiffness locally resonant acoustic metamaterial plate

TANG Yanning¹, DONG Xiaochen¹, WANG Hongnan¹, BIAN Chao^{2,3}, XIAO Xinbiao², YUAN Kezhao²

(1. CRRC Changchun Railway Vehicles Co., Ltd., Changchun, Jilin 130062, China;
2. State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;
3. Urumqi Rolling Stock Depot, China Railway Urumqi Group Co., Ltd., Urumqi, Xinjiang 830022, China)

Abstract: This paper proposes a quasi-zero-stiffness acoustic metamaterial plate with obliquely installed springs to achieve broadband low-frequency sound insulation. Firstly, the normalized equivalent stiffness was derived and the static characteristics were analyzed. Secondly, a sound insulation model was established, and the sound insulation effect was evaluated through numerical computation and finite element analysis. Thirdly, the sound insulation performance of the acoustic metamaterial plate was computed for different equivalent stiffness conditions, and the influence of design parameters on the sound insulation performance was further explored. Finally, a systematic analysis was conducted, covering the key parameters of the quasi-zero-stiffness locally resonant acoustic metamaterial plate with obliquely installed springs for sound insulation. The research results show that the obliquely installed spring cells offer higher stability and a wider quasi-zero-stiffness region at the equilibrium position, and the model exhibits excellent stability and adaptability. The findings provide novel insights for the design of acoustic metamaterials and a valuable reference for related research and applications.

Keywords: quasi-zero-stiffness; acoustic metamaterial; locally resonant; low-frequency sound insulation; numerical computation; finite element analysis

收稿日期: 2025-01-25; 修回日期: 2025-07-23
责任编辑: 许浩